

Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

École Doctorale Mathématiques - Informatique

Habilitation à Diriger des Recherches

de l'INSA Lyon

Spécialité : **INFORMATIQUE**

par

Hervé RIVANO

Modélisation et optimisation du partage de ressources dans les réseaux radio multi-sauts

Soutenue publiquement le 23 juin 2014 devant le jury composé de :

Rapporteurs	M.	André-Luc	BEYLOT	Professeur ENSEEIHT
	M.	Andrzej	DUDA	Professeur INP-ENSIMAG
	M.	Jean-Claude	KONIG	Professeur U. Montpellier
Examineurs	M.	Afonso	FERREIRA	DR CNRS DG-CONNECT
	Mme	Isabelle	GUÉRIN-LASSOUS	Professeur U. Lyon 1
	Mme	Catherine	ROSENBERG	Professeur U. Waterloo
	M.	David	SIMPLOT-RYL	Professeur U. Lille 1
	M.	Fabrice	VALOIS	Professeur INSA LYON

Laboratoire CITI - Amphithéâtre Claude Chappe - 10h30

Remerciements

Il va être difficile de remercier tous ceux qui m'ont permis d'accoucher de cette habilitation.

La première personne, c'est bien sûr Fabrice Valois sans qui mon virage scientifique n'aurait pas été le même, pour qui je suis revenu à Lyon, et avec qui l'aventure Urbanet a pris forme. Un grand merci pour son amitié, sa camaraderie scientifique et pour me pousser à me dépasser régulièrement.

J'ai eu la chance de rencontrer Catherine Rosenberg dans cette aventure et je tiens à la remercier pour sa gentillesse, son ouverture et son accueil chaleureux à Waterloo, pour être là aussi aujourd'hui, et pour toutes les chouettes discussions que nous ne manquerons pas d'avoir dans les années à venir.

Un remerciement particulier à André-Luc Beylot, Andrzej Duda et Jean-Claude König qui ont donné leur avis sur ce manuscrit. Leurs compliments me sont précieux. Leur sympathie l'est encore plus.

Merci à Isabelle Guérin-Lassous, qui a répondu à ma sollicitation au pied levé, et à David Simplot-Ryl. Connaissant leurs emplois du temps, je sais ce que représente leurs présences dans mon jury.

Évidemment, la présence d'Afonso Ferreira me touche particulièrement. Il a su composer avec mes défauts, me montrer le chemin de la recherche et m'apprendre à le parcourir. On reste toujours un apprenti, mais si j'en suis un quelque peu aguerrri, c'est parce qu'il est mon plus ancien compagnon de route.

Un clin d'oeil à Christelle Caillouet, Patricio Reyes et Anis Ouni auprès de qui j'ai essayé d'être à mon tour ce qu'Afonso avait été pour moi. Je ne peux qu'aider à ouvrir les portes et montrer le chemin. Ils l'ont parcouru et se sont construits comme chercheurs, malgré mon inexpérience, ma disponibilité en dent de scie ou mes idées farfelues. J'espère que les chemins qu'emprunteront Trista Lin et Soukaina Cherkaoui les amèneront dans des directions épanouissantes.

Un immense merci à l'ancienne équipe Mascotte qui m'a fait grandir et prendre mon autonomie, que j'ai quitté le cœur gros en même temps que mes terres natales, mais avec la certitude d'y être toujours le bienvenu. Merci bien sûr à Jean-Claude Bermond qui a tant apporté à l'informatique française et à tous ceux qui ont croisé sa route. C'était avec une fierté sans pareille que je l'ai compté aux rangs de mon jury avant que la date ne lui convienne plus. Merci à David Coudert pour son amitié, les années passées ensemble et les moments qu'on aura encore à faire de la science, déguster du vin et des whisky, rire, manger, vivre en fait. Longue vie à Coati qu'il dirige maintenant.

Le CITI m'a accepté et assimilé malgré mes blagues (souvent) vaseuses et les difficultés administratives qui ont accompagné mon arrivée. Chacune des personnes de ce laboratoire compte beaucoup et est essentielle au plaisir qu'il y a à travailler ici. Bien sûr dans le CITI, il y a en particulier Urbanet et tous ces collègues qui me font l'honneur de m'accorder leur confiance et me suivre dans cette aventure. Merci mille fois à eux tous et encore un peu plus à Gaëlle Tworkowski sans qui rien ne serait possible et à qui on ne rend pas toujours la tâche facile, ainsi qu'à Stéphane d'Alu, Joëlle Charnay et Margarita Raimbaud qui font tourner la machine avec engagement.

Un remerciement bien sûr à la famille et à Jennifer qui m'accompagne avec bonheur depuis à peu près aussi longtemps que j'ai commencé à rédiger cette habilitation. J'espère qu'elle aura à supporter bien d'autres rédactions ! Que ni Jen ni mes parents ne comprennent la passion qu'il y a dans ce manuscrit est presque aussi rassurant que leur présence à mes côtés.

Une pensée fraternelle à mes camarades, frangins et amis, tous ceux qui font que cela vaut la peine de se lever, de chercher à améliorer l'homme et la société, ou juste de trinquer en racontant des bêtises. Une mention particulière à mes très chers frères du Service d'Ordre du Parti Socialiste avec qui je traverse des temps qui auraient dû être plus faciles, mais avec une fraternité qui donne foi en l'homme.

Je dédie cette habilitation à JeF, que j'aurais aimé voir dans la salle aujourd'hui.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Capacité et énergie dans les réseaux radio multi-sauts	2
1.2	Un parti pris, la modélisation de structures optimales	3
1.3	Organisation du document	4
2	Modélisation : des réseaux filaires aux réseaux radio	5
2.1	Routage et ressources locales	6
2.1.1	Flot et coupe	6
2.1.2	Multiflot	7
2.1.3	Formulation arc-chemins	8
2.2	Coloration et ressources globales	9
2.2.1	Coloration de graphe	10
2.2.2	Couverture par des stables	11
2.2.3	Aller au delà des conflits binaires	11
2.3	Modélisation combinatoire des réseaux radio	12
2.3.1	Rapport signal à bruit et modèle en graphe de disques unitaires	12
2.3.2	Modèles d'interférences	13
2.3.3	Optimisation et simulation combinées	14
2.4	Pour aller plus loin	16
3	Structures optimales : routage et ordonnancement joints	19
3.1	Architecture des réseaux maillés	20
3.1.1	Capacité, flot et notion de temps	20
3.1.2	Modèle "naïf" et interférences binaires	20
3.1.3	Briser les symétries du modèle	21
3.2	Dualité et génération de colonnes	23
3.2.1	Eviter l'énumération des variables	23
3.2.2	Interprétation combinatoire du dual	24
3.2.3	Calculs d'ensembles indépendants	25
3.3	Exploiter le trafic convergent des réseaux d'accès	27
3.3.1	Goulot d'étranglement	27
3.3.2	Oublier le routage pour aller plus vite	28
3.4	Conclusion	31
4	Contrôle de puissance et de débit : compromis capacité-énergie	33
4.1	Energie, puissance et capacité	33
4.1.1	Modèle d'énergie et puissance d'émission	34
4.1.2	Puissance et capacité en l'absence d'interférence.	35
4.1.3	Exploiter la convexité du coût énergétique de la capacité	37

4.2	Lien point à multipoint et compromis capacité-énergie	38
4.2.1	Modèle de multiplexage en temps-fréquence	39
4.2.2	Calcul des compromis capacité-énergie	39
4.2.3	Contrôle de puissance continu et de débit	41
4.3	Un regard critique sur nos modèles	43
4.3.1	Apport du contrôle de puissance continu	43
4.3.2	Comment aller plus vite	45
4.3.3	Limites du modèle d'énergie	46
5	Discussion et perspectives	47
5.1	Les limites des modèles qu'il faut dépasser	48
5.1.1	Trafic dynamique	48
5.1.2	Médium instable	48
5.1.3	Coût fixes en énergie	49
5.1.4	Des outils d'optimisation plus sophistiqués	49
5.2	Mono-saut ou multi-sauts ?	50
5.3	Réseaux radio urbains	51
	Bibliographie	55

Chapitre 1

Introduction

Traditionnellement, la thèse d'habilitation remet en perspective l'essentiel des travaux menés après le doctorat, l'essentiel étant d'en faire émerger une cohérence, un positionnement. J'ai choisi ici de ne pas synthétiser l'ensemble de mes travaux et résultats, mais de me concentrer sur une partie de ceux-ci, et plus particulièrement sur la méthodologie de modélisation et d'optimisation que j'ai mise en oeuvre. Cette approche n'est pas nécessairement la plus classique, mais se justifie au regard de mon parcours scientifique ces dernières années.

Mes travaux de doctorat [T1] se sont déroulés au sein de l'équipe Mascotte¹ et de France Telecom R&D (dorénavant Orange labs), sous la direction d'Afonso Ferreira et Jérôme Galtier. Ils étaient organisés autour de problématiques algorithmiques et combinatoires issues des réseaux optiques à multiplexage en longueurs d'onde (WDM), en particulier la coloration des graphes de conflits de chemins et sa relaxation, la coloration fractionnaire [Ci39, Ri6, Ri9], et les multiflots [Ri10, Ci35, Ci36, Ci37, Ci38].

À l'issue de mon doctorat, j'ai été recruté Chargé de Recherche au CNRS, toujours dans l'équipe Mascotte, et j'ai amorcé un virage thématique pour m'intéresser aux réseaux radio multi-sauts, aux problématiques d'optimisation de leur capacité, puis de leur consommation d'énergie. Une étape importante dans cette démarche a été une question, posée par Fabrice Valois en 2004 à l'occasion de l'école d'hiver des télécommunications, EcoTel, organisée sur ce thème ; premier challenge donc : « Comment calculer une notion de capacité dans un réseau radio multi-sauts à l'aide des outils de programmation linéaire ? »

Evidemment, cette question s'est retrouvée être assez complexe et a ouvert le champ à l'ensemble des travaux présentés ici. A l'époque, les outils d'optimisation étaient surtout utilisés dans l'étude des réseaux opérés. Ils n'étaient clairement pas adaptés à l'évaluation de la capacité d'un réseau radio multi-sauts spontané. En septembre 2009, j'ai concrétisé ce virage scientifique en rejoignant le laboratoire Inria/INSA Lyon CITI dans l'équipe Swing, dirigée par Jean-Marie Gorce, dont le spectre scientifique allait de la couche physique et systèmes aux questions de sécurité des réseaux. Depuis, je suis devenu Chargé de Recherche Inria et l'équipe Swing s'est scindée. Les « couches basses » sont étudiées par l'équipe Socrate et j'ai constitué l'équipe URBANET pour traiter des problématiques posées par les réseaux radio déployés en milieu urbain.

Dans cette période, j'ai aussi eu des contributions à d'autres problématiques des réseaux filaires et radio, comme le délai de collecte d'information, la surveillance de trafic, le groupage

1. Mascotte était une équipe commune à l'I3S (UMR CNRS/Université de Nice Sophia Antipolis) et Inria, dirigée par Jean-Claude Bermond. L'équipe Coati en a pris la suite sous la direction de David Coudert.

MPLS, ou la robustesse aux pannes, etc. J'ai par ailleurs employé d'autres approches que l'optimisation, comme l'algorithmique d'approximation, l'étude de complexité, voire l'algorithmique distribuée. Ces travaux ne seront pas abordés dans cette habilitation [Ri3, Ri8, Ci14, Ci21, Ci23, Ci24, Ci28, Ci34].

Ma thèse d'habilitation prend donc le parti de présenter la manière de modéliser les problématiques d'optimisation du partage de ressources dans les réseaux multi-sauts, en particulier les questions liées à la capacité et à la consommation d'énergie, et les méthodes de résolution auxquelles j'ai contribué dans les dix dernières années.

1.1 Capacité et énergie dans les réseaux radio multi-sauts

Ma volonté de m'intéresser aux réseaux radio multi-sauts et la démarche qui a abouti à l'orientation scientifique de l'équipe URBANET sont le fruit d'une envie et d'un constat. L'envie est celle de traiter des problématiques en prise avec la société, avec des modèles de plus en plus détaillés et réalistes. Ces modèles m'ont donc nécessairement éloigné d'une approche algorithmique fondamentale. Le constat est celui de l'émergence des nouveaux usages des télécommunications mobiles.

Il y a dix ans, la téléphonie mobile était déjà bien installée mais l'Internet mobile balbutiait. La densification urbaine et l'équipement des zones en développement pointaient pourtant déjà l'importance d'infrastructures de collecte des réseaux d'accès utilisant des communications radio, au déploiement plus rapide et moins coûteux. En effet, qu'il s'agisse de zones rurales difficiles à câbler ou de pays émergents dont la croissance des villes et l'économie sont incompatibles avec des travaux de voirie importants, il n'était pas envisageable d'apporter une connectivité filaire à proximité de chaque terminal. Les réseaux radio multi-sauts apparaissaient alors comme une solution prometteuse. Les réseaux ad-hoc et de capteurs étaient déjà bien étudiés par la communauté scientifique, mais plusieurs questions restaient encore sans réponse.

En particulier, la capacité de transport de ces réseaux est une problématique majeure. Sans mécanismes de contrôle suffisants, les interférences entre communications concurrentes limitent fortement la qualité de service disponible, empêchant une exploitation pratique, en tout cas répondant aux besoins, de ces solutions [96, 115].

L'augmentation de la capacité ne peut se faire sans s'interroger sur l'impact énergétique des réseaux. Les opérateurs de télécommunication, privés ou institutionnels, intègrent la consommation énergétique de leurs réseaux à leurs coûts d'exploitation. Dans le même temps, la société s'interroge sur la sobriété énergétique de ses infrastructures et sur la nocivité des ondes électromagnétiques. Ces deux points de vue se rejoignent et demandent que la consommation énergétique globale du réseau et le niveau de puissance rayonnée par les nœuds soient maîtrisés.

La consommation énergétique des terminaux est aussi un enjeu important, par exemple pour les capteurs autonomes fonctionnant sur batterie et pour le confort des utilisateurs de smartphones. Ce sujet et les contributions que j'ai pu y faire [Ci16, Ci19, Cn41] ne seront néanmoins pas discutés ici.

1.2 Un parti pris, la modélisation de structures optimales

Partant de ce constat, plusieurs approches sont légitimes et complémentaires. La conception de mécanismes protocolaires et l'étude de leurs performances en pratique est évidemment nécessaire. Mais à chaque article proposant un nouveau protocole, une question se pose invariablement : « le gain est-il significatif ? » En d'autres termes, est-on loin des limites du système ?

Connaître ces limites et comprendre les principes fondamentaux qui les régissent est l'objectif des recherches que j'ai pu mener. Mon choix, en écrivant cette thèse d'habilitation, a été de me concentrer sur la manière de modéliser les réseaux en programmation linéaire mixte.

Cette habilitation s'intéresse donc à la façon d'exprimer le fonctionnement des réseaux par des inéquations linéaires sur des variables réelles continues et d'autres discrètes, entières ou binaires. Cet outil de modélisation mathématique émerge dans la recherche en réseaux et télécommunication depuis quelques dizaines d'années. La communauté recherche opérationnelle, très active dans la conception des réseaux de télécommunication, a beaucoup développé la théorie de la modélisation mathématique, ainsi que de nombreux outils de résolution efficaces [110, 112, 113, 121, 125, 128, 132]. Ensuite, à la faveur à la fois d'un intérêt des algorithmiciens pour cet outil et de la convergence technologique et scientifique entre télécommunications et réseaux, cet outil s'est popularisé au point qu'une proportion non négligeable d'articles concernant les réseaux présente une modélisation en programmation linéaire, comme un passage obligé.

La plupart de mes travaux s'attache à modéliser le fonctionnement des réseaux, opérés ou spontanés, en particulier les mécanismes de répartition de ressources entre flux de communications concurrents, routage des données, ordonnancement des canaux de communication (qu'il s'agisse de code, temps ou fréquence), ou affectation de puissances d'émission.

La modélisation d'un système implique nécessairement un certain niveau d'approximation et d'abstraction. Dans le contexte des réseaux opérés, en particulier les réseaux de cœur transportant à très haut débit des trafics agrégés, les modèles d'optimisation sont très cohérents avec la réalité des problématiques de dimensionnement des ressources à installer, de configuration des équipements (routeurs, convertisseurs de longueurs d'onde, etc.), de sécurisation de l'infrastructure, etc. Concernant les réseaux radio, réseaux d'accès ou de collecte du trafic de stations de base vers un réseau d'opérateur, la situation est différente.

D'une part, le médium radio est volatile, sujet à des erreurs et des interférences extérieures au système. Dans certaines situations, cela rend la topologie du réseau dynamique et incertaine. D'autre part, ces réseaux sont généralement le premier ou le deuxième niveau de collecte du trafic généré par les terminaux, donc peu agrégé, et sujet à une dynamique importante. Pour s'y adapter, le fonctionnement des réseaux radio tend à être de plus en plus « autonome ». C'est par ailleurs imposé par le passage à l'échelle induit par la densification des réseaux et le développement des communications coopératives (réseaux d'accès et de collecte). Cela signifie, entre autres, d'utiliser des protocoles distribués ou localisés pour négocier la configuration des nœuds, la gestion des ressources, l'accès au média, etc., proches de ceux des réseaux non-opérés.

Dans ce contexte, on peut interroger la pertinence d'une optimisation centralisée, sensée connaître parfaitement l'état des liens de communication et du trafic, calculant une répartition optimale des ressources. Je m'attacherai à identifier, tout au long de ce document, les hypothèses simplificatrices qui sont faites et les limites d'interprétation qu'elles imposent aux résultats obtenus. On verra en filigrane que ces outils permettent de comprendre les aspects structurels du fonctionnement des réseaux.

1.3 Organisation du document

L'objectif de cette habilitation est d'expliquer, en l'illustrant par des travaux menés sur différentes technologies de réseaux radio multi-sauts, l'utilité de la programmation linéaire, et comment la manier pour développer des modèles les plus pertinents possibles, avec des techniques de plus en plus sophistiquées. Il s'agit, en fait, d'avoir un pied de chaque côté : comprendre les principes fondamentaux des réseaux étudiés et utiliser les propriétés de ces techniques de recherche opérationnelle et d'optimisation combinatoire pour produire des modèles pertinents et réalistes. Il ne s'agit donc pas d'être du côté de la recherche opérationnelle qui vise à manipuler les modèles et les méthodes de résolution pour obtenir des solutions le plus rapidement possible. Il ne s'agit pas non plus d'être du côté de l'interprétation des résultats numériques en terme de réseau. Ces contributions se retrouvent dans les articles correspondants.

Ainsi, le chapitre 2 présente les bases combinatoires de la modélisation du partage de ressources. En partant des formulations classiques utilisées dans les réseaux filaires, la difficulté de modéliser les réseaux radio spontanés apparaît, avec une première solution combinant optimisation et simulation. Le chapitre 3 affronte ces difficultés pour modéliser la capacité d'un réseau maillé. Pour cela, l'ordonnancement et le routage optimisés simultanément et la résolution des modèles devient possible grâce à la génération de colonnes, technique issue des travaux de Dantzig et Wolf [131, 132]. Dans le chapitre 4, on profite de la rapidité des méthodes précédentes pour introduire la gestion de la puissance d'émission des nœuds et ainsi étudier les compromis entre capacité et consommation d'énergie. Le chapitre 5 est dédié au bilan de l'évolution des méthodes de modélisation et aux perspectives de recherche qui sont désormais envisageables et souhaitable au regard de la situation technologique actuelle.

Les modèles et techniques présentés ici ont été développés lors de recherches publiées dans les articles suivant, sur la capacité des réseaux maillés [Ri4, Ci20, Ci22, Ci26, Ci27, Ci29, Ci30, Ci31] et ad-hoc [Ri5, Ci33] et le compromis entre capacité et énergie des réseaux maillés [Ri7, Ci12, Ci17, Ci18, Ci19, Ci25].

Dans cette période j'ai eu la chance de travailler en collaboration avec, principalement, les membres de l'équipe Mascotte et du laboratoire CITI et d'autres collègues de part le monde. Je veux en particulier mentionner Jean-Claude Bermond, David Coudert, Napoleão Nepomuceno, Fabrice Peix et Stéphane Pérennes de Mascotte, Eric Fleury, Isabelle Guérin-Lassous, Fabrice Theoleyre et Fabrice Valois du CITI, Marie Emilie Voge du LIFL, Ioannis Carragianis et Christos Kaklamanis du CTI Patras, Alfredo Goldman de l'Universidade do São Paulo, Claudia Linhares de l'Universidade Federal do Ceará, David Lopez-Pérez de l'University of Bedfordshire et plus récemment Catherine Rosenberg de l'Université de Waterloo. Mais, surtout, je veux dire à quel point ces travaux n'auraient pu se faire sans Christelle Molle-Caillouet², dont j'ai eu la chance d'encadrer la thèse dans l'équipe Mascotte, Cristiana Gomes Huiban³ et Patricio Reyes⁴ à l'encadrement desquels j'ai participé dans l'équipe Mascotte, et Anis Ouni⁵ que j'ai co-encadré avec Fabrice Valois dans l'équipe Swing puis URBANET. Depuis, je participe à l'encadrement des thèses de Soukaina Cherkaoui, Trista Lin, et Diala Naboulsi, en espérant qu'elles auront un aussi bel avenir !

2. Christelle Molle-Caillouet (thèse 2009) est MCF à l'Université de Nice, équipe Inria/I3S Coati.

3. Cristiana Gomes Huiban (thèse 2009) est en poste à l'Universidade Federal de Pernambuco au Brésil.

4. Patricio Reyes (thèse 2009) est postdoc à l'Université de Madrid.

5. Anis Ouni (thèse 2013) est postdoc à Telecom ParisTech.

Chapitre 2

Modélisation : des réseaux filaires aux réseaux radio

Modéliser un réseau signifie décrire, dans un langage donné, des grandeurs caractéristiques du réseau et les mécanismes qui les mettent en interactions. La finesse de la modélisation se heurte aux capacités d'expressivité des méthodes employées et aux temps de calcul nécessaires à l'optimisation de problèmes nécessairement complexes. Il faut donc s'interroger sur les limites de ces modèles. L'objectif de ce chapitre n'est pas de détailler les fondements théoriques des notions que nous allons présenter, de très bons ouvrages existent sur le sujet [113, 127, 128]. Nous nous intéressons aux modélisations en programmation linéaire qui seront utiles par la suite, et aux simplifications des notions réseau qui sont nécessaires.

La capacité des réseaux filaires est régit par deux mécanismes fondamentaux : le routage et l'affectation de ressources. Schématiquement, ce sont les couches 2 (MAC) et 3 (routage) du modèle OSI. La nature des ressources est très dépendante des technologies sous-jacentes. Il peut s'agir de temps d'occupation du canal, de longueur d'onde ou fréquence, de code, etc. Mais globalement, on peut tenter de les discriminer en deux catégories :

- les ressources locales à un lien, dont la répartition se fait indépendamment sur chaque lien ;
- les ressources globales, dont l'affectation est contrainte par l'ensemble du routage ;

Intuitivement, l'affectation et le partage de ressources locales sont souvent plus « faciles » que lorsque des ressources globales sont en jeu. De même, il est plus facile de répartir des ressources continues (du temps par exemple) que des ressources discrètes (comme des sous-canaux). Une des difficultés de la modélisation des réseaux radio tient précisément au fait que la ressource radio n'est ni une ressource vraiment locale, ni vraiment globale. Plus exactement, les hypothèses simplificatrices que l'on fait classiquement sur les ressources des réseaux filaires et qui permettent cette classification ne sont pas raisonnables dans ce contexte.

Les problèmes de routage et de partage de ressources locales se décrivent très élégamment par des flots dans des graphes. Ils sont présentés en Section 2.1 ainsi que les limites de ce modèle. La Section 2.2 présente des éléments de modélisation en programmation linéaire du problème de coloration de graphe qui est au cœur de l'affectation de bon nombre de ressources globales. La Section 2.3 aborde les principes fondamentaux de la modélisation des réseaux radio et des difficultés afférentes.

2.1 Routage et ressources locales

La littérature sur les protocoles de routage est sur-abondante¹, témoignant à la fois de l'ampleur prise par les réseaux, et de l'importance de cette fonction (et probablement de la pression à la publication dans le monde académique, mais c'est un autre sujet).

Pour autant, de nombreux protocoles de routage, en particulier les plus classiques, calculent, in fine, des plus courts chemins, les différences (entre les routes) se résumant à la métrique sur les liens du graphe représentant le réseau, à l'approximation sur la connaissance de l'état du réseau. L'intérêt d'une stratégie fondée sur les plus courts chemins est que leur calcul peut être distribué, notamment parce que leur structure préfixe est bien comprise. Il s'agit par ailleurs d'une solution permettant d'optimiser certains critères, mais dans des cas très simples. Par contre, dès que la capacité des liens est contrainte, d'autant plus lorsque plusieurs flux se partagent les ressources du réseau, les plus courts chemins ont peu de chances d'être optimaux, notamment du point de vue de la capacité.

2.1.1 Flot et coupe

Dans les graphes, le cœur combinatoire des problématiques de routage et de capacité s'exprime sous forme de flot et de coupe, ces deux notions étant duales. Modéliser les réseaux filaires par des graphes est tout à fait classique, mais cela nécessite toutefois certaines hypothèses simplificatrices qu'il convient de rappeler.

La première hypothèse consiste à faire abstraction des paquets qui forment les trafics et considérer un modèle de trafic fluide. Cette hypothèse rend quasiment impossible de considérer les modes transitoires d'un réseau. Nous nous intéressons donc aux régimes permanents des réseaux.

Hypothèse 1 *Le réseau fonctionne en mode saturé (il y a toujours du trafic à envoyer) et les nœuds génèrent un flux continu de bits. Les intensités des trafics et les capacités des liens sont fixes. Le réseau fonctionne en régime permanent.*

Pour la suite, nous modélisons un réseau par un graphe $G = (V, E)$ où V est l'ensemble des nœuds et $E \in V^2$ l'ensemble des liens de communication disponibles. Une fonction de flot entre deux nœuds s et t est essentiellement une fonction $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ respectant des équations de conservation en chaque nœud n'étant ni s ni t :

$$\forall u \neq s, t \quad \sum_{e \in \Gamma^+(u)} f(e) = \sum_{e \in \Gamma^-(u)} f(e)$$

Ces équations signifient qu'aucun trafic n'est créé ou perdu dans les nœuds intermédiaires ou sur les liens. Cela suppose une seconde hypothèse forte.

Hypothèse 2 *Le médium est fiable et sans perte, les buffers des routeurs sont infinis et aucune quantité d'information n'est détruite dans les files d'attente.*

Cette dernière hypothèse n'est pas très contraignante pour modéliser les réseaux de circuits type WDM, mais nous éloignent de la réalité des réseaux à commutation de paquets. Cela permet toutefois toujours d'estimer une borne supérieure au trafic qui puisse s'écouler dans le réseau.

1. ACM Digital Library recense à peine moins de 7000 articles publiés comprenant les mots « *routing* » et « *network* » dans le titre, avec une accélération du rythme de publication, passé de quelques dizaines d'articles par an maximum jusqu'en 1995, à une centaine par an, puis de 4 à 800 articles par an dans la dernière décennie. IEEEExplore en comptabilise environ 11000 depuis 1959 et plus de 9000 dans la dernière décennie, ainsi qu'un millier de standards déposés.

Il existe plusieurs algorithmes de calcul du flot maximum entre deux nœuds s et t du réseau. Le plus connu est probablement celui de Ford et Fulkerson [133], de complexité pseudo-polynomiale $\mathcal{O}(E \cdot \text{flotmax})$, les plus efficaces étant ceux à base de « *push-relabel* » de Goldberg et Tarjan [126] ($\mathcal{O}(V \cdot E \log(V))$), technique raffinée ensuite par Goldberg et Rao [121]. La formulation en programmation linéaire du flot maximum est pourtant intéressante, c'est la base de celle du multiflot que nous présentons ensuite.

Programme linéaire 1 ($s - t$ Flot maximum)

$$\begin{aligned}
& \text{Maximiser} && \phi \\
& \text{t.q.} && f(e) \leq c(e) \quad \forall e \\
& \sum_{e \in \Gamma^+(u)} f(e) - \sum_{e \in \Gamma^-(u)} f(e) = 0 && \forall u \neq s, t \\
& \sum_{e \in \Gamma^+(s)} f(e) - \sum_{e \in \Gamma^-(s)} f(e) = \phi \\
& \sum_{e \in \Gamma^+(t)} f(e) - \sum_{e \in \Gamma^-(t)} f(e) = -\phi \\
& && f(e) \geq 0 \quad \forall e
\end{aligned}$$

Par ailleurs, si l'on écrit le dual de ce programme linéaire, on obtient, à quelques modifications près, un programme linéaire calculant la coupe minimum. La théorie de la dualité permet alors de retrouver le résultat classique de Ford et Fulkerson : flot maximum égale coupe minimum. Un de nos résultats sur le calcul de la capacité des réseaux maillés exploitant cette égalité fondamentale est présenté dans le Chapitre 3 [Ci22].

2.1.2 Multiflot

Lorsque plusieurs trafics concurrents partagent les ressources du réseaux, il s'agit d'un *multiflot*. On se donne un ensemble de *commodités* (les trafics) $C = \{(s_i, t_i), s_i, t_i \in V, i = 1, \dots, k\}$ et une fonction de capacité $c : E \rightarrow \mathbb{R}$ qui limite la quantité d'information pouvant circuler sur les liens. Un *multiflot* de C est une réunion de flots pour chaque commodité, dont la somme respecte les capacités de G . Il s'agit donc d'un ensemble de fonctions de $E \rightarrow \mathbb{R}$, respectant chacune les contraintes de conservation de flot et de sorte que $\forall e \in G, \sum_i f_i(e) \leq c(e)$.

La combinaison de plusieurs trafics suppose une troisième hypothèse, très forte dans le cas des réseaux à commutation de paquets, moins dans des technologies où des ressources sont réservées pour chaque trafic.

Hypothèse 3 *Les nœuds ont une politique d'ordonnancement du trafic idéalement équitable entre les trafics.*

Il n'est en effet pas possible de modéliser un mécanisme de priorité de trafic au sein des files d'attente d'un routeur. Un des enjeux est d'ailleurs, une fois une solution optimale déterminée, de trouver la politique de file d'attente qui permettra de mettre en œuvre le flot correspondant.

Cette hypothèse étant posée, on peut dès lors chercher à optimiser différentes métriques sur ce multiflot. Par exemple, le problème du *multiflot maximum* maximise la somme des intensités de chaque commodité qu'il est possible de router dans G en respectant les capacités, quitte à priver de ressource des flots qui en consommeraient trop pour acheminer leurs trafic. À l'opposé,

le *multiflot max-min* maximise le flot d'intensité minimal au risque de pénaliser certains flots pour laisser la place aux plus coûteux. Enfin, le *multiflot concurrent maximum* définit une forme d'équité. Il donne à chaque commodité la même proportion λ d'une demande de trafic, d_i . Ce problème s'écrit comme le programme linéaire 2. On peut aussi associer un coût proportionnel à l'utilisation de chaque lien, dont on cherche à minimiser la somme dans un *multiflot de coût minimum*.

Programme linéaire 2 (multiflot concurrent maximum)

$$\begin{aligned}
& \text{Maximiser} && \lambda \\
& \text{t.q.} && \sum_i f_i(e) \leq c(e) \quad \forall e \text{ un arc} \\
& && \sum_{e \in \Gamma^+(u)} f_i(e) - \sum_{e \in \Gamma^-(u)} f_i(e) = 0 \quad \forall i, \forall u \neq s_i, t_i \\
& && \sum_{e \in \Gamma^+(s_i)} f_i(e) - \sum_{e \in \Gamma^-(s_i)} f_i(e) = \lambda d_i \quad \forall i \\
& && \sum_{e \in \Gamma^+(t_i)} f_i(e) - \sum_{e \in \Gamma^-(t_i)} f_i(e) = -\lambda d_i \quad \forall i \\
& && f_i(e) \geq 0 \quad \forall i, \forall e
\end{aligned}$$

Ce programme linéaire est polynomial en la taille du graphe représentant le réseau et le nombre de commodités. Si l'on considère des variables continues, les méthodes de programmation linéaire le résolvent en temps polynomial.

Hypothèse 4 *La capacité des liens est une quantité continue.*

Cette hypothèse est l'une des plus fortement éloignée de la réalité des réseaux, quelque soit la technique de multiplexage. Lorsque la ressource est discrète, les flots sont contraints à prendre leurs valeurs dans $\mathbb{N}$ et le problème devient $\mathcal{NP}$ -difficile dès qu'il y a plusieurs commodités. Un grand nombre d'heuristiques et d'algorithmes d'approximation efficaces sont proposés dans la littérature pour calculer un multiflot entier à partir de sa relaxation linéaire [T1, 105, 108, 124, 129]. Il est intéressant de noter qu'il n'existe pas non plus, à l'heure actuelle, d'algorithme autre que la résolution du programme linéaire pour le multiflot fractionnaire (i.e. lorsque les variables sont réelles). Là encore de nombreux algorithmes d'approximation existent dans la littérature [Ci36, 114].

Par ailleurs, les problèmes de multiflot de coût minimum deviennent encore plus difficiles à résoudre dès que l'on contraint un tant soit peu les routages admissibles, en imposant un mono-routage notamment, ou lorsqu'on veut minimiser des coûts non linéaires. C'est par exemple le cas lorsque les coûts d'utilisation des liens sont discrets [88]. Dans les problèmes de conception de réseaux, c'est l'économie d'échelle sur les coûts d'installation de capacité (« *Buy-at-Bulk* ») qui pose problème : plus la capacité d'un lien est grande, plus le coût par bit/s diminue. Dans cette situation de croissance concave du coût d'un lien, il est même difficile d'approcher les solutions optimales [118, 122]. La Section 2.3 traite d'un cas plus favorable de fonction de coût en escalier modélisant la dépense énergétique nécessaire à l'établissement d'une transmission.

2.1.3 Formulation arc-chemins

Quand bien même la formulation 2 est de taille polynomiale, d'autres écritures des problèmes de multiflot ont été développées pour obtenir des résolutions plus rapides, même très récemment

[59]. Les équations de conservation du programme linéaire 2 définissent la structure d'un flot. C'est une description « *élémentaire* » du comportement d'un flot au sens où il n'y a pas de plus petite échelle combinatoire à laquelle considérer cette notion. Si l'avantage d'une telle écriture est qu'elle est de taille raisonnable, elle est peu pratique à manipuler. Intuitivement, la difficulté vient que l'égalité n'est pas une relation robuste : une variation arbitrairement petite d'une variable et l'égalité est rompue.

Nous verrons d'ailleurs dans la section suivante et, en fait, dans tout ce document, que c'est un écueil récurrent des modèles en programmation linéaire. Il est bien plus efficace de décrire les problèmes avec des pondérations sur des objets combinatoires plus complexes.

En particulier, la structure d'un flot est celle d'une combinaison de chemin. En effet, un élément de flot, du fait de la conservation de flot, décrit un chemin dans le graphe et tout flot peut s'écrire comme une pondération de l'ensemble des chemins de la source à la destination.

Soit $\mathcal{P}_i$ l'ensemble des chemins de s_i à t_i dans G , et $\mathcal{P} = \cup_i \mathcal{P}_i$. Un flot de s_i à t_i s'exprime comme une pondération f des chemins de $\mathcal{P}_i$ et le flot de la commodité i est $\sum_{p \in \mathcal{P}_i} f(p)$.

Le fait que le flot soit porté par des chemins contient intrinsèquement la notion de conservation. Il reste à contraindre le flot au respect des capacités et, pour cela, il suffit de remarquer que la quantité de flot passant sur l'arc e est la somme des quantités de flot passant sur tous les chemins contenant e : $\sum_{p \in \mathcal{P}, e \in p} f(p) \leq c(e)$.

Le programme linéaire du multiflot concurrent maximum devient le suivant, qualifié d'*arc-chemin*.

Programme linéaire 3 (multiflot concurrent maximum *arc-chemin*)

$$\begin{aligned} & \text{Maximiser} && \lambda \\ \text{t.q.} &&& \sum_{p \in \mathcal{P}, e \in p} f(p) \leq c(e) \quad \forall e \text{ un arc} \\ &&& \sum_{p \in \mathcal{P}_i} f(p) \geq \lambda d_i \quad \forall i \\ &&& f(p) \geq 0 \quad \forall p \in \mathcal{P} \end{aligned}$$

Cette formulation du multiflot a l'inconvénient que le nombre des variables, une par chemin, est généralement exponentiel en la taille du graphe. Il faut alors faire appel à des techniques permettant de ne pas énumérer toutes les variables. Dans nos travaux, nous avons principalement utilisé la *génération de colonnes*, décrites au Chapitre 3. Cela permet en effet de résoudre les grandes instances de multiflot fractionnaires arc-chemin plus rapidement que leur formulation sommet-arc. La génération de colonnes, associée à des techniques de branchement, est aussi une technique très efficace de résolution du multiflot entier, mais que nous n'aborderons pas.

Par ailleurs, décrire le flot sur l'ensemble des chemins permet de restreindre « facilement » les routages admissibles. En particulier, cela permet de ne considérer que les routes qui peuvent effectivement être générées par un protocole de routage donné et ainsi estimer la capacité maximale qu'il peut fournir. Dans le travail présenté en Section 2.3.3, les chemins sont calculés par une simulation des protocoles considérés.

2.2 Coloration et ressources globales

Quelques soient les ressources à affecter à des transmissions, *time-slot*, fréquence ou code, la question au cœur est celle de la concurrence. Dans un certain nombre de cas, on peut faire une

hypothèse de concurrence binaire et indépendante des ressources.

Hypothèse 5 *Si deux éléments sont en concurrence, ils doivent utiliser des ressources différentes. Cette relation ne dépend pas de l'affectation des ressources aux autres éléments.*

C'est par exemple le cas dans un réseau optique à multiplexage en longueur d'onde « *transparent* » : le réseau transporte des chemins optiques, c'est à dire des trajets lumineux. Si l'on se donne le routage, il faut donc affecter à chaque chemin une longueur d'onde. Deux chemins traversant la même fibre optique ne peuvent pas utiliser la même longueur d'onde. Si ces deux chemins ne partagent aucune fibre optique, quelque soit l'affectation de longueur d'onde aux autres chemins, ils peuvent utiliser la même. Pour plus de détails sur la technologie WDM et les problématiques d'optimisation qui s'y posent, je renvoie à ma thèse dont c'était le sujet [T1].

2.2.1 Coloration de graphe

Le conflit entre deux communications est donc très combinatoire et a un lien direct avec la coloration de graphes. Plus généralement, on se donne un ensemble des ressources disponibles, indexées de 1 à n et un « *graphe des conflits* » $G_c = (V_c, E_c)$. Les sommets de G_c sont les éléments à qui les ressources doivent être affectées (les chemins dans l'exemple du WDM), et une arête entre deux éléments indique une concurrence (deux chemins qui utilisent une fibre commune). Le problème d'affectation des ressources se formalise alors comme la coloration propre des sommets du graphe G_c par les ressources.

Prenons les variables binaires y_r , qui indique si la ressource r est utilisée, et $x_{r,v}$ indique si l'élément v se voit affecté la ressource r .

Programme linéaire 4 (coloration de graphe)

$$\begin{aligned}
& \text{Minimiser} && \sum_r y_r && \text{le nombre de ressources utilisées} \\
& \text{t.q.} && \forall v \sum_r x_{r,v} \geq 1 && \text{tout élément doit avoir une ressource} \\
& && \forall r \in [1 \dots n], \forall (v, v') \in E_c, x_{r,v} + x_{r,v'} \leq 1 && \text{conflit sur une ressource} \\
& && \forall r \in [1 \dots n], \forall v, x_{r,v} \leq y_r && \text{utilisation des ressources}
\end{aligned}$$

La structure combinatoire de l'exclusion mutuelle est due aux équations de la forme $x_{r,v} + x_{r,v'} \leq 1$, autrement dit, entre deux communications en conflit, au plus l'une d'entre elle se voit affecté une ressource donnée. Le problème de cette écriture en variables binaires que sa relaxation linéaire perd toute la structure de coloration. En effet c'est l'arithmétique de l'équation précédente qui encode l'exclusion mutuelle. De fait, si les variables $x_{r,v}$ ne sont plus contraintes à être binaire mais réelles dans $[0, 1]$, quelque soit le graphe des conflits il suffit de fixer toutes les variables $x_{1,v}$, $x_{2,v}$, y_1 et y_2 à $\frac{1}{2}$, les autres à 0. De cette sorte, toutes les contraintes sont respectées et l'objectif vaut 1 sans donner la moindre indication sur une bonne affectation de ressources. Nous verrons en Section 2.3 que c'est là une limite d'expressivité de la programmation linéaire pour prendre en compte les interférences.

Le nombre de variantes de la coloration de graphes est quasiment illimité, selon que chaque élément puisse avoir accès à toutes les ressources ou un sous-ensemble, que les conflits soient d'exclusion totale, partielle ou même avec une distance minimale, etc. Quand bien même certaines de ces variantes ont été définies pour modéliser des problèmes de réseau (l'affectation de fréquences à des stations de base cellulaires par exemple [Ri3, 111]), nous en resterons ici à la coloration propre.

2.2.2 Couverture par des stables

Comme dans le cas du flot, il faut exprimer la coloration sur des objets combinatoires de plus haut niveau. Le raisonnement est similaire à la transformation du flot sommet-arc en arc-chemin, à une différence fondamentale près. Le problème de multiflot maximum et ses variantes consistent à faire « *remplir* » autant que possible le réseau avec du trafic en étant limité par la capacité des liens. C’est un problème dit de « *packing*² ». Le problème de coloration consiste lui à utiliser un minimum de ressource pour que chaque élément s’en voit affecter une, en étant contraints par des exclusions mutuelles de partage. Il s’agit là d’un problème dit de « *couverture*³ ».

En cohérence avec l’hypothèse 5, l’information pertinente de la coloration n’est pas l’affectation d’une ressource donnée à un élément mais plutôt celle des ensembles d’éléments utilisant la même ressource. Soit une ressource r , l’ensemble $I_r = \{v | x_{r,v} = 1\}$ est tel que $\forall v, v' \in I_r, (v, v') \notin E_c$. C’est un stable (ou ensemble indépendant) de G_c . Notons $\mathcal{I}$ l’ensemble de ces stables et $x(I)$ la variable qui indique si le stable/la ressource $I \in \mathcal{I}$ est utilisée. La coloration s’écrit alors comme la couverture des liens par les stables de G_c .

Programme linéaire 5 (coloration en couverture)

$$\begin{array}{ll} \text{Minimiser} & \sum_{I \in \mathcal{I}} x(I) \quad \text{le nombre de ressources utilisées} \\ \text{t.q.} & \forall v \sum_{I \in \mathcal{I}: v \in I} x(I) \geq 1 \quad \text{tout élément doit avoir une ressource} \end{array}$$

Dans ce cas, si on relaxe les variables x dans $[0, 1]$, on obtient une *coloration fractionnaire* qui garde la structure d’exclusion mutuelle entre communications en conflit. Nous renvoyons à [T1] pour plus de détails sur la coloration fractionnaire. Là encore, on remplace la complexité de manipuler des variables élémentaires par celle d’un nombre exponentiel de variables et la génération de colonnes sera nécessaire à la résolution des colorations fractionnaires. A la différence des problèmes de multiflot, le calcul des stables est lui même $\mathcal{NP}$ -difficile. Nous verrons cependant au Chapitre 3 que, dans les cas qui nous intéressent ici, les résolutions sont malgré tout efficaces.

2.2.3 Aller au delà des conflits binaires

L’hypothèse 5, nous l’avons dit, est très forte. En particulier dans le cadre des communications radio à diffusion locale, il faut négliger des phénomènes physiques très importants pour obtenir un modèle qui rentre dans ce formalisme. Et si ce modèle est très utilisé dans la littérature (y compris par nous), il donne des résultats extrêmement imprécis, voire faux dans certains cas.

L’écriture des problèmes de coloration en couverture par des stables permet néanmoins de contourner cette difficulté. En effet, comme mentionné plus haut, la structure d’exclusion mutuelle vient des stables eux même. Le programme linéaire 5 s’occupe, lui, d’optimiser la couverture. Nous verrons dans la suite qu’en remplaçant les stables d’un graphe par des ensembles de communication pouvant être active simultanément, on peut modéliser la répartition de ressources radio avec précision.

2. La traduction française de ce terme pourrait être « *empaquetage* » ou « *remplissage* ». Aucun de ces termes n’est réellement satisfaisant, d’où l’utilisation du terme anglais.

3. Dans ce cas, le terme français correspond bien à la notion de « *covering* ».

2.3 Modélisation combinatoire des réseaux radio

Schématiquement, on peut distinguer deux types de communications radio. On trouve d'une part les communications « *Point à Multi-Point* » (PMP) entre une station de base et un ensemble de clients, via des antennes omnidirectionnelles ou sectorielles. D'autre part, on trouve les communications « *Point à Point* » (P2P), par exemple entre deux antennes directionnelles se visant mutuellement. En exploitant des champs d'antennes MIMO, il est possible d'approximer des communications P2P mais ces nuances dépassent le niveau de cette habilitation. Pour plus de détails sur les modes de communications sophistiqués, le lecteur pourra se rapporter aux nombreux ouvrages faisant références sur les communications numériques [81].

2.3.1 Rapport signal à bruit et modèle en graphe de disques unitaires

Les communications radio, même point à point, sont fondamentalement différentes des communications filaires. En effet, les liens filaires sont généralement assez stationnaires et prédictibles pour être caractérisés par un ensemble de paramètres fixes, tels que capacité, taux d'erreur, etc. Les liens radio sont eux versatiles par nature, les conditions météo peuvent par exemple introduire des variations instantanées, et peuvent être gérés dynamiquement, notamment la puissance de transmission et la façon de transmettre l'information peuvent être adaptés aux besoins [107].

Si on s'arrête à la théorie de Shannon [135], sur un lien (u, v) fixe, de gain $\gamma(u, v)$ et avec un niveau de bruit au récepteur $\mathcal{N}(v)$ donnés, le débit théorique maximal que l'on peut obtenir croît logarithmiquement avec le rapport $SNR(u, v)$ entre le signal de u , envoyé avec la puissance $P(u)$, et le bruit en v :

$$D(u, v) = \Theta(\log(1 + SNR(u, v))) \quad SNR(u, v) = \Theta\left(\frac{\gamma(u, v) \cdot P(u)}{\mathcal{N}(v)}\right).$$

En pratique, l'information est envoyée selon un schéma de codage et de modulation (MCS pour "*Modulation and Coding Scheme*") qui, sans approfondir le sujet, lie capacité du lien en bits par seconde, taux d'erreur accepté, et SNR : une transmission est réussie, i.e. décodée avec un taux d'erreur suffisamment bas, si le SNR est supérieur à un seuil σ .

Plus le schéma permet des débits élevés, plus le seuil est important et, comme l'illustre la figure 2.1 dans le cas d'un scénario de lien directs, suit l'évolution de la courbe de Shannon sans toutefois l'atteindre. Plus les débits pratiques sont proches de la limite de Shannon, plus le système est performant, mais l'on voit déjà que les gains potentiels dans ce domaine sont mineurs.

Le gain de canal, γ , combine plusieurs phénomènes distincts, notamment les gains des systèmes d'émission et de réception (électronique, antennes, etc.), mais surtout l'atténuation du médium entre la source et la destination. Cette atténuation est là encore très complexe à calculer exactement car elle dépend d'un grand nombre de paramètres, mais on peut citer l'affaiblissement, l'évanouissement, la sélectivité, etc. Le phénomène d'atténuation principal est l'affaiblissement qui est souvent considéré comme proportionnel à l'inverse de la distance source-destination élevé à une puissance décrivant le milieu :

$\gamma(u, v) = \Theta\left(\frac{1}{d(u, v)}^\alpha\right), \alpha \in [2, 5]$. $\alpha = 2$ est le cas d'une propagation dans un vide parfait tandis que des valeurs élevées de α modélisent des environnements bruités présentant des obstacles, l'environnement urbain par exemple.

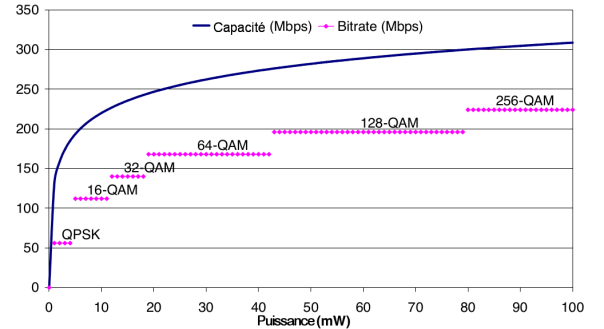


Fig. 2.1 – Capacité de Shannon et débit.

Si l'on ne considère que l'affaiblissement (quelque soit la valeur de α), une antenne omnidirectionnelle parfaitement isotrope, un bruit uniformément réparti, ainsi qu'une puissance fixe et un MCS de seuil SNR σ , les récepteurs vers lesquels la transmission serait réussie sont situés dans un disque autour de l'émetteur. À l'extérieur du disque, le SNR est trop faible. Pour plus de réalisme, ce modèle est parfois rendu probabiliste en considérant que la probabilité de succès de la transmission est 1 à l'intérieur du disque, puis qu'elle décroît avec la distance au centre, et en prenant en compte une anisotropie de l'antenne en perturbant la frontière du disque par un processus aléatoire [87]. Toujours est-il que, quelque soit le modèle de transmission, si l'on suppose que les liens sont stables dans le temps, on peut définir le graphe des transmissions réalisables : $G = (V, E)$, $E = \{(u, v) \mid \exists P(u), SNR(u, v) > \sigma\}$.

Si l'on considère un ensemble de k MCS possibles, de seuils σ_i pour le MCS i et de capacité c_i , le graphe peut être doté d'une capacité sur les liens :

$$E = \{(u, v) \mid \exists P(u), i, SNR(u, v) > \sigma_i\}, c(u, v) = \max_i \{c_i \mid \exists P(u), i, SNR(u, v) > \sigma_i\}.$$

Pour qui a déployé un réseau, la réalité est bien moins « confortable » qu'un graphe, notamment du fait de condition très fluctuantes et instables. Ceci dit, la théorie de l'information dit que, dans certaines hypothèses de stabilité de l'environnement, il est toujours possible d'obtenir un tel modèle à seuil en choisissant le bon codage de canal [97].

2.3.2 Modèles d'interférences

Dans le cas des communications point à multipoint, lorsque deux transmissions ont lieu simultanément, elles interfèrent. Il convient alors d'ajouter le signal reçu par l'émetteur interférant au bruit dans le bilan de liaison. On parle alors de rapport signal à bruit et interférences, SINR. Une transmission entre u et v est donc réussie si

$$SINR(u, v) = \frac{\gamma(u, v)P(u)}{\mathcal{N}(v) + \sum_{w \neq u, v} \gamma(w, v)P(w)} \geq \sigma$$

La modélisation en graphe touche là ses limites, cette équation de SINR n'est pas un conflit binaire comme exprimé dans l'hypothèse 5 : supposons que les conditions illustrées sur la Figure 2.2 soient telles que C puisse communiquer avec D en même temps que A communique avec B , ou que E avec F . Évidemment, A peut communiquer avec B en même temps que E avec F . Il n'y a donc pas de conflit binaire entre les paires de communications. Mais supposons que nous sommes aux limites de l'équation de SINR : $\gamma(C, D)P(C) = \sigma \cdot (\mathcal{N}(D) + \gamma(A, D)P(A)) - \epsilon$, avec $\epsilon < \sigma \gamma(E, D)P(E)$. Les trois communications ne peuvent pas être actives simultanément, les interférences cumulées de A et E empêchant D de recevoir le signal de C .

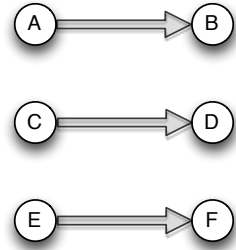


Fig. 2.2 – Conflits et interférences

Afin de pouvoir définir un graphe des conflits, il faut s'éloigner assez fortement de la réalité pour négliger cet effet cumulatif. Il faut en effet supposer que lorsqu'un nœud transmet, un certain ensemble de transmissions subissent un niveau d'interférence tel qu'elles ne peuvent pas être réussies simultanément, et qu'en dehors de cet ensemble, les transmissions ne subissent aucune interférence. C'est par exemple le cas si l'on suppose que la fonction de gain γ est binaire selon la distance, 1 à l'intérieur d'un disque, 0 à l'extérieur. On considère parfois qu'une transmission est réussie jusqu'à une certaine distance, interfère ensuite jusqu'à une distance plus grande, puis n'interfère

plus. [94]. Il existe dans la littérature plusieurs modèles d'interférences géographiques omnidirectionnels qui s'appuient tous sur une hypothèse similaire et très simplificatrice.

Hypothèse 6 *Les nœuds communiquent avec une puissance d'émission fixe et l'atténuation du canal est une fonction à seuil idéale : chaque nœud u a une portée radio telle que tous les nœuds situés dans le disque de rayon $\text{range}(u)$ peuvent recevoir de u , ceux dans la couronne comprise entre les rayons $\text{range}(u)$ et $(1 + \delta)\text{range}(u)$ sont brouillés par u mais ne peuvent pas décoder son information, ceux au delà n'entendent pas u .*

De cette manière, le graphe des transmissions possibles se retrouve être un *graphe d'intersection de disques*, voir de disques unitaires si la portée radio est uniforme. On retombe sur des conflits binaires entre transmissions, une taxinomie de ces modèles d'interférences est présentée dans [94]. En particulier on distingue les trois suivants :

- Modèle orienté transmetteur : un nœud u peut communiquer avec un nœud v si aucun nœud w n'est actif à moins de $(1 + \Delta) \cdot (\text{range}(u) + \text{range}(w))$ de u , où $\text{range}(u)$ est la portée radio du nœud u .
- Modèle orienté protocole : la communication (u, v) peut avoir lieu si aucun nœud w n'est actif à moins de $(1 + \Delta)d(u, v)$ de v
- Modèle orienté transmetteur/récepteur : deux communications peuvent être actives simultanément si elles sont à plus de 2 sauts l'une de l'autre. C'est une modélisation fondée sur les protocoles CS MA/CA comme celui du WiFi 802.11 utilisant le mécanisme de réservation de canal RTS/CTS.

Dans ce dernier cas, une transmission est en conflit avec toutes les transmissions situées dans le 2-voisinage de l'émetteur et du récepteur, illustré dans la figure 2.3. Le graphe des conflits issu de ce modèle est le carré du « *linegraph* » [127] du graphe des transmissions possible. Certains modèles généralisent le modèle orienté transmetteur/récepteur à un nombre de sauts quelconque [67, 86], quand bien même l'interprétation physique de ces modèles n'est pas évidente.

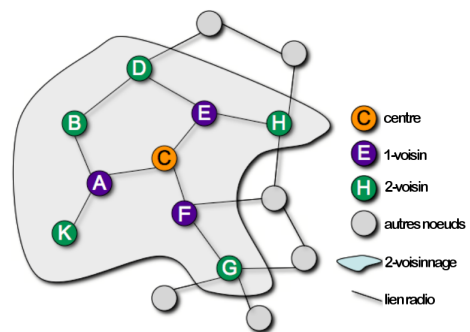


Fig. 2.3 – 2 voisinage

Ces modèles combinatoires et à seuil ont montré leurs limites, notamment dans les réseaux radio multi-sauts [80]. Il a été montré que calculer sur ce type de modèles produit des résultats significativement différents de ceux obtenus avec un modèle plus réaliste, fondé sur les interférences additives de l'équation de SINR. Un tel modèle est introduit dans les modèles d'optimisation au Chapitre suivant.

2.3.3 Optimisation et simulation combinées

Le modèle orienté transmetteur/récepteur se fonde donc sur une hypothèse de canal fausse, mais tente de prendre en compte le fonctionnement d'une couche MAC existante. Plusieurs travaux se sont basés sur ce modèle pour analyser la capacité asymptotique des réseaux ad-hoc [79, 91, 100, 109, 117]. Dans cette dynamique, des tentatives de modélisation en programmation linéaire de ces réseaux ont émergé [94, 103]. Cependant, la prise en compte des mécanismes de CAMA/CA en programmation linéaire est très complexe car ils sont fondés sur des temps d'attente aléatoires pour éviter de devoir échanger trop de messages de synchronisation et signalisation.

C'est le cas des technologies radio telles que le 802.11 WiFi, le 802.15.4 des capteurs, etc. On dépasse là les limites d'expressivité de la programmation linéaire, a priori incapable de modéliser ces mécanismes aléatoires. Il faut biaiser.

De notre côté, nous avons fait le choix d'étudier le comportement de certains protocoles de routage. Nous bornons la capacité que l'on peut espérer atteindre avec les routes qu'ils calculent entre une estimation pessimiste et une optimiste [Ri5, Ci33, Cn51]. Ces deux estimations sont calculées par des programmes linéaires comportant la répartition par la couche MAC de la bande passante aux liens du réseau et l'affectation de trafic aux chemins du routage.

Afin d'évaluer les performances des protocoles de routage, il est nécessaire de bien prendre en compte leur comportement, routes construites et trafic de contrôle induit. On ne sait pas exprimer ce comportement en programmation linéaire. L'idée principale de notre approche consiste alors à exprimer l'affectation de trafic comme un flot arc-chemin dont les chemins sont calculés par une simulation à événement discret des protocoles. La charge du trafic de contrôle est alors retranchée à la capacité disponible pour les données.

Pour la couche MAC, il est plus difficile de se baser sur un simulateur à événement discret car la répartition de la bande passante aux liens va dépendre de l'affectation de trafic et vice-versa. C'est ici qu'apparaît l'encadrement de la capacité du réseau.

L'estimation pessimiste considère qu'un nœud u interfère potentiellement avec tous les autres nœuds de son 2-voisinage (noté $\Gamma_2(u)$) et que la bande passante doit être répartie équitablement entre tout ces nœuds. Ainsi tous les nœuds de son 2-voisinage auront, au mieux une fraction $\frac{1}{|\Gamma_2(u)|}$ de la bande passante. Comme un nœud fait aussi partie du 2-voisinage de toutes ses 2-voisins, on obtient que la bande passante disponible pour u est $T(u) = \min \left\{ \frac{1}{|\Gamma_2(v)|}, v \in \Gamma_2(u) \right\}$.

À cette bande passante, on retranche le trafic de contrôle émis par u (noté $T_c(u)$), et le reste est réparti uniformément entre tous les liens de u : $T(u, v) \geq \frac{T(u) - T_c(u)}{|\Gamma(u)|}$. C'est cette quantité qui contraint le flot.

L'estimation optimiste considère, au contraire, que la bande passante disponible pour u dépend surtout de son 2-voisinage. On néglige donc la dépendance au comportement des nœuds hors de cette région. Vue d'un nœud, la couche MAC calcule des stables dans son 2-voisinage. On simule donc, pour chaque nœud indépendamment, le fonctionnement de la couche MAC dans cette région et l'on obtient une fréquence d'activation des liens entre ce nœud et ses voisins. Cette fréquence donnera la proportion de la bande passante disponible pour les chemins utilisant ce lien, une fois le trafic de contrôle retranché.

Ce calcul sur-estime évidemment la capacité des liens puisqu'il suppose de manière implicite qu'en faisant l'union des stables calculé dans le 2-voisinage de chaque nœud, on obtient un stable du graphe, négligeant ainsi bon nombre d'interactions aux frontières des 2-voisinages.

Les résultats d'un tel procédé ne sont nécessairement pas précis sur les valeurs de la capacité disponible. On peut toutefois identifier des tendances et des comparaisons pertinentes. Les courbes suivantes comparent les performances de trois protocoles classiques : OLSR [99] calculant des plus courts chemins sur la connaissance approchée du réseau qu'à chaque nœud, VSR [90] qui s'aide d'une structure virtuelle conçue pour masquer la mobilité des nœuds, et CES [101] qui restreint son routage à un ensemble dominant connecté.

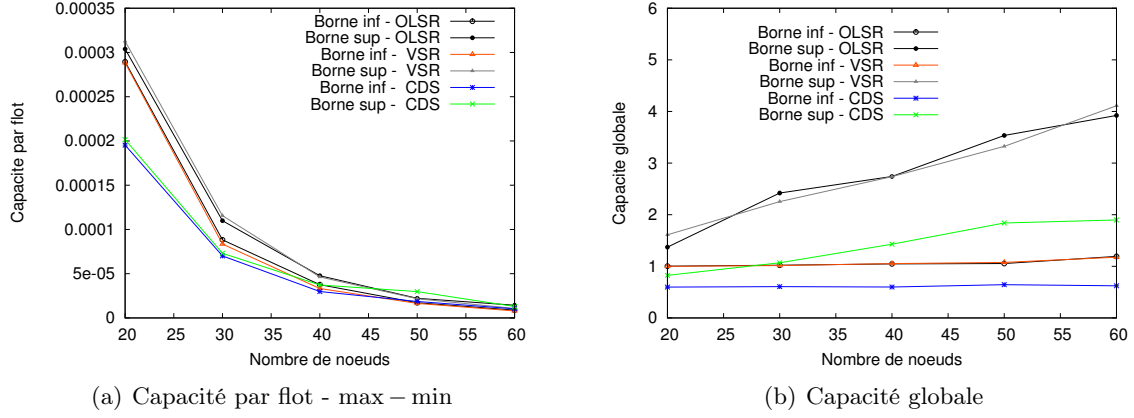


Fig. 2.4 – Capacité par flot et globale de réseaux de 20 à 60 nœuds

En particulier, on retrouve le résultat asymptotique connu sur l’effondrement de la capacité par flot avec l’augmentation de la taille du réseau [117]. On remarque par ailleurs sur la Figure 2.4(a) des écarts faibles entre estimation pessimiste et optimiste pour tous les différents protocoles étudiés quand l’objectif du flot était de maximiser le flot le plus faible (max – min).

La Figure 2.4(b) représente la capacité totale du réseau. Les écarts entre les estimations ne permettent pas vraiment de conclure autre chose que l’inadéquation du modèle et en particulier du calcul pessimiste. En effet, la maximisation du trafic global pousse à n’affecter du trafic qu’aux chemins de un saut, donc aux communications de voisin à voisin. Etant donné le partage combinatoire de la bande passante dans l’estimation pessimiste, la densité du réseau n’a pas d’impact sur le résultat global : chaque lien à sa bande passante divisée par la densité (le nombre de nœuds dans son 2-voisinage) mais il y a d’autant plus de liens que le réseau est dense. Dans le cas de l’estimation optimiste, le fait de négliger certains conflits entre communication permet à la capacité globale de croître linéairement.

Par contre, la comparaison entre protocoles est cohérente sur les deux résultats. On peut y voir l’effet d’une plus faible diversité de routes dans le cas de CDS, qui concentre le routage sur une sous-topologie [101]. Le léger gain de VSR sur OLSR est certainement dû au trafic de signalisation, mieux canalisé.

2.4 Pour aller plus loin

Dans ce chapitre ont été introduites les problématiques d’optimisation au cœur des problématiques de capacité. Qu’il s’agisse du flot ou de la coloration, les formulations en programmation linéaire gagnent à reposer sur des objets combinatoires qui sont constitutives de la structure des solutions : les chemins qui composent un flot et les stables qui correspondent aux ensembles d’éléments pouvant partager une ressource.

Une première manière d’exploiter ces formulations consiste à générer les chemins et les stables que l’on considère dans l’optimisation par une simulation afin de prendre en compte le comportement de différents protocoles. Cela permet ainsi de dépasser les limites d’expressivité de la programmation linéaire et d’obtenir des premiers résultats sur les réseaux radios. Prendre en compte les interférences entre liens radio change radicalement la donne car il faut prendre en compte les méthodes d’accès au médium et la simultanéité de communications interférentes. Concernant ce dernier point, on peut entrevoir quelques similitudes avec les problématiques des « *Groupes de Liens Partageant un Risque* » (SRLG pour *Shared Risk Link Groups*). Il s’agit essentiellement d’un modèle de pannes corrélées pertinent dans les réseaux multi-couches tels que

les topologies logiques MPLS mises en place dans un réseau optique WDM lui même porté par des fibres optiques posées dans des conduits. L'idée de ce modèle est de prendre en compte le fait que si une panne physique se produit sur un conduit, l'ensemble des liens logiques MPLS réalisés par des chemins optiques traversant une des fibres du conduit sera en panne simultanément. De la même manière, si un lien radio est utilisé par une communication, tous les liens interférant sont inutilisables simultanément. Cette analogie mériterait d'être développée pour exploiter les spécificités des zones d'interférences, mais à première vue la mauvaise nouvelle est que bien des problèmes « simples » dans les graphes classiques deviennent difficiles, voire non approximables dans les graphes avec des SRLG [Ri8, Ci32].

Dans la suite, nous nous concentrerons sur les réseaux maillés multi-sauts. En partant d'un modèle en programmation en nombre entiers peu maniable, comme l'est celui de la coloration, nous allons suivre le même raisonnement que celui fait ici pour le flot et la coloration. En prenant en compte la structure des configurations que peu prendre un tel réseau, nous allons obtenir des formulations qui se résolvent plus aisément avec de la génération de colonnes. Ensuite, cela nous permettra d'affiner et d'enrichir la modélisation du réseau pour dépasser les limites des modèles d'interférences binaires dans un premier temps, puis considérer la consommation énergétique de ces réseaux dans un deuxième.

Chapitre 3

Structures optimales : routage et ordonnancement joints

Dans la suite de ce document, nous considérons principalement des réseaux radios maillés, notés WMN pour « *Wireless Mesh Network* ». Il s'agit, en général, d'un réseau constitué de routeurs ayant (au moins) deux interfaces radio. L'une assure le lien entre des terminaux et le routeur, tandis que la seconde assure l'interconnexion des routeurs entre eux. Certains routeurs font, en plus, office de passerelle vers un autre réseau.

Ce type de réseaux est utile dans différents scénarios. C'est une solution à moindre coût pour fournir une connectivité Internet à des clients mobiles : les routeurs collectent le trafic des clients et le transmettent, via un routage multi-sauts, aux passerelles, et vice-versa [92]. Cela permet aussi d'interconnecter des stations de base cellulaire déployées sur des sites où il est difficile d'amener une connectivité filaire. Dans tous ces cas de figure, nous ne considérons pas directement le trafic des terminaux, mais leur trafic agrégé au niveau des routeurs.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux réseaux maillés utilisant des antennes omnidirectionnelles et une ressource radio partagée par un multiplexage en temps (TDMA). Des transmissions interférant entre elles doivent donc avoir lieu à des instants différents, amenant une problématique d'ordonnancement. Un des enjeux majeurs de ces réseaux radio multi-sauts est l'effondrement de la capacité due aux interférences radio [93, 102]. C'est un phénomène qui a été étudié en détail dans les réseaux ad-hoc [Ci33, 96, 116]. Dans les usages que nous considérons ici, le WMN concentre le trafic des clients vers les passerelles, générant des engorgements autour de ces dernières et, ainsi, une capacité plus contrainte [104].

Pour maximiser la capacité d'un WMN, il faut optimiser conjointement le routage et l'ordonnancement des communications. Dans la Section 3.1, nous décrivons l'architecture à trois niveaux que nous considérons, et un premier modèle en programmation linéaire en nombre entier pour le problème d'ordonnancement et de routage joints. Cette formulation est particulièrement difficile à résoudre pour des raisons similaires à celles rencontrées dans le chapitre précédent. La Section 3.2 est dédiée à la transformation du problème en une pondération d'ensembles de liens n'interférant pas entre eux et dont la relaxation linéaire se résout grâce à un algorithme de génération de colonnes. Enfin la Section 3.3 exploite la structure du trafic de concentration et le modèle d'interférences combinatoire pour accélérer drastiquement le calcul de solutions optimales.

Les travaux présentés dans ce chapitre ont fait l'objet de plusieurs publications avec Christelle Molle-Caillouet et Cristiana Gomes dont les principales sont [Ri4, Ci22, Ci26, Ci27, Ci31, Cn47].

3.1 Architecture des réseaux maillés

L'architecture des réseaux radio maillés que nous considérons est représentée dans la Figure 3.1. Les terminaux sont connectés aux routeurs, par exemple via une interface radio dédiée. Nous supposons dans la suite que les ressources utilisées pour le lien terminal $\leftrightarrow$ routeurs sont orthogonales à celles utilisées pour les liens entre routeurs. Cette isolation des ressources permet de ne considérer le réseau de communication entre routeurs hors de tout contexte. Cela s'exprime comme l'hypothèse suivante.

Hypothèse 7 *Les liens du WMN n'interfèrent avec aucun élément de l'extérieur, en particulier avec les terminaux. Le trafic considéré, en émission et en réception, est l'agrégation de celui des clients de chaque routeur.*

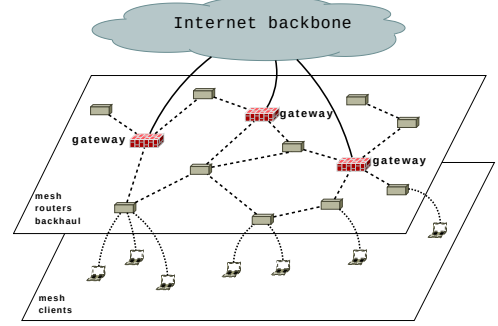


Fig. 3.1 – Architecture de WMN.

On représente alors le WMN par le graphe $G = (V, E)$ où V est l'ensemble des routeurs, E l'ensemble des liens radio activables et $V_p \subset V$ est l'ensemble des nœuds passerelle.

On considère par ailleurs une version plus forte de l'hypothèse (1) : le réseau fonctionne en régime permanent, donc périodique. On peut donc se limiter à optimiser le fonctionnement du réseau sur une période. Appelons T la longueur d'une telle période. On suppose le temps découpé en « slots¹ » de durée unitaire. La période du réseau est donc de T slots.

3.1.1 Capacité, flot et notion de temps

On a vu comment écrire une notion de capacité sous forme de flot. Les flots sont des grandeurs sans dimension a priori, et on peut les doter d'une, des *bit/s* par exemple, à condition que capacité des liens et quantité de flot aient la même unité. Dans le cas qui nous intéresse, la difficulté est de prendre en compte le partage de la ressource radio dans le temps.

La durée des slots étant unitaire, on définit la capacité « nominale » d'un lien e , notée $c(e)$, comme le nombre de bits pouvant être transmis pendant un slot sur ce lien. La capacité effective du lien dépend de la façon dont il est activé. Si e est activé $x\%$ du temps, sa capacité effective est $x.c(e)$. Ainsi, la capacité effective de e dans notre réseau périodique sera $c(e) \cdot \frac{\text{\#slots } e \text{ actif}}{T}$.

De la même manière, la capacité de transport du réseau est $\frac{\sum_r d_r}{T}$ où d_r est la quantité de flot envoyée par le routeur r vers les passerelles. Cette fonction n'étant pas linéaire, mais pour une valeur de T donnée, il suffit de maximiser $\sum_r d_r$. On peut alternativement fixer les d_r et minimiser T .

3.1.2 Modèle "naïf" et interférences binaires

Supposons que l'on se dote d'un modèle d'interférences binaires représenté sous la forme d'un graphe des conflits $G_c = (E, \mathcal{I})$ et que l'on note $\mathcal{I}(e)$ l'ensemble des liens en concurrence avec e pour l'accès au médium. A chaque slot, le lien e ne peut être actif que si aucun autre lien de $\mathcal{I}(e)$ ne l'est. Soit $a(t, e)$ la variable binaire qui vaut 1 si e est actif au slot t , $t \leq T$. La concurrence d'accès se note alors $\forall t \leq T, \forall e, \forall e' \in \mathcal{I}(e), a(t, e) + a(t, e') \leq 1$. Cette contrainte est similaire aux contraintes de coloration vues au chapitre précédent. C'est le caractère binaire des variables

1. Une traduction française peu convaincante serait « créneaux ».

a qui garantie que l'exclusion mutuelle est respectée.

La capacité effective d'un lien e sur la période T devient alors $\frac{\sum_t a(t,e).c(e)}{T}$. On peut alors écrire le programme linéaire en nombres entiers suivant comme le multiflot (sommet-arc) sur le graphe doté des capacités effectives et qui envoie de chaque routeur r une quantité de flot d_r vers l'ensemble des passerelles.

Programme linéaire 6 (WMN de capacité maximum, interférences binaires)

$$\begin{aligned}
& \text{Maximiser} && \sum_r d_r \\
& t.q. && a(t,e) + a(t,e') \leq 1, \forall e' \in \mathcal{I}(e), t \leq T \\
& && \sum_{r \in V} f_r(e) \leq \sum_{t \leq T} a(t,e).c(e), \forall e \in E \\
& && \sum_{(u,v) \in E} f_r(u,v) = \sum_{(u,v) \in E} f_r(v,u), \forall r \in V, \forall u \in V \setminus \{r\} \\
& && \sum_{(r,v) \in E} f_r(r,v) + d_r = \sum_{(v,r) \in E} f_r(v,r), \forall r \in V \\
& && \sum_{(v,u) \in E} f_r(v,u) = \sum_{(u,v) \in E} f_r(u,v) + y_r(u), \forall r \in V, \forall u \in V_p \\
& && \sum_{u \in V_G} y_r(u) = d_r, \forall r \in V \\
& && f_r(u,v) \geq 0, \forall r, u, v \in V \\
& && y_r(u) \geq 0, \forall r \in V, u \in V_p \\
& && a(t,e) \in \{0, 1\}, \forall t \leq T, e \in E
\end{aligned}$$

Sur la base de cette écriture, il est possible d'autres optimisations que la capacité comme maximiser le flot minimum, ou encore le placement de passerelles. Pour minimiser T une fois les d_r fixés, il faut rajouter des variables binaires comptant le nombre de slots réellement utilisés, comme pour la coloration [Ri4, Ci31, Cn49]. Cependant, le grand nombre de variables binaires en jeu et la présence de contraintes proches de celles de coloration rendent la résolution de ce programme linéaire extrêmement coûteuse à mesure que la taille du réseau augmente. Sur un ordinateur générique, en utilisant le logiciel de résolution le plus efficace (CPLEX), le temps de résolution passe de 1h et 12mn pour une grille carrée à 25 nœuds, à plus de 8h 30mn pour une grille carrée à 49 nœuds et 5h 45mn pour des graphes aléatoires à 50 nœuds. Au delà, les temps de calculs sont trop prohibitifs pour être estimés.

3.1.3 Briser les symétries du modèle

Outre les variables binaires, ce modèle présente un grand nombre de symétries qui ralentissent beaucoup les méthodes de résolution, en particulier les preuves d'optimalité. En effet, on peut remarquer qu'il n'y a aucune contrainte sur les slots utilisés. Autrement dit, si l'on prend une solution du programme linéaire 6, toute permutation effectuée sur les slots donne lieu à une solution certes différentes mais d'exactly même qualité.

De la même manière que pour la coloration de graphe où il importe peu de savoir qui a la première couleur ou la seconde, l'information pertinente n'est pas quel lien est affecté à tel ou tel slot. Ce que les équations d'exclusion mutuelle structurent, ce sont des ensembles de liens qui peuvent être activés simultanément. Il suffit de connaître les T ensembles utilisés dans la

solution optimale pour la reconstruire totalement. Cette remarque et une construction similaire à celle de la coloration par stable permet alors d'obtenir une formulation bien plus efficace à résoudre.

On définit alors les « *ensembles indépendants* » comme les ensembles de liens qui peuvent être actifs simultanément.

Définition 1 (Ensemble indépendant) *Un ensemble $I \subseteq E$ de G est appelé un ensemble indépendant si ses liens peuvent être actifs simultanément. L'ensemble des ensembles indépendants est noté $\mathcal{I}$.*

Dans le cas du modèle d'interférences binaires ci-dessus, c'est un ensemble de liens deux à deux sans interférences : $I \subseteq E, \forall e_1, e_2 \in I, e_1 \notin \mathcal{I}(e_2)$ and $e_2 \notin \mathcal{I}(e_1)$. C'est donc un ensemble indépendant (ou stable) du graphe des conflits, d'où la dénomination². Il est cependant possible de prendre en compte n'importe quel modèle d'interférences. Nous verrons au Chapitre 4 comment prendre en compte un modèle d'interférences fondé sur les équations SINR.

On peut alors considérer une relaxation du problème d'ordonnancement. Comme dans le problème de coloration, on ne s'intéresse pas à savoir quel ensemble indépendant est utilisé à chaque slot, mais dans combien de slots chaque ensemble indépendant est utilisé. Étant données les remarques précédentes, il suffit alors d'affecter arbitrairement autant de slot que nécessaire à chaque ensemble indépendant pour reconstruire un ordonnancement valide.

La durée effective de la période est le nombre de slots durant lesquels un ensemble indépendant est actif. Si l'on note $w(I)$ le nombre de slots durant lesquels l'ensemble I doit être actif, on a $T = \sum_{I \in \mathcal{I}} w(I)$. Par ailleurs, un lien est actif à chaque fois qu'un ensemble indépendant le contenant est actif. La capacité effective d'un lien e est donc $c(e) \frac{\sum_{I \in \mathcal{I}, e \in I} w(I)}{\sum_{I \in \mathcal{I}} w(I)}$. On retombe sur une expression non linéaire en fonction des w , mais si l'on considère que T est fixé, cela n'est plus le cas. Alternativement, on peut fixer les d_r . Maximiser la capacité revient donc à minimiser $T = \sum_{I \in \mathcal{I}} w(I)$. Pour linéariser le problème, on peut résoudre le problème avec des capacités effective en *bit* et non plus *bit/s* : $c(e) \cdot \sum_{I \in \mathcal{I}, e \in I} w(I)$. Pour obtenir les véritables capacités d'une solution, tout diviser par T . Le flot étant un problème linéaire, ces deux approches sont strictement équivalentes, mais la seconde permet de se rapprocher d'avantage de l'écriture d'un problème de coloration.

La relaxation de l'ordonnancement s'exprime alors comme une pondération des ensembles indépendants. Le programme linéaire 7 est la formulation de cette pondération conjointe au routage, exprimé cette fois dans sa version arc-chemin. Dans la suite $\mathcal{P}$ est l'ensemble des chemins entre les routeurs et les passerelles, $\mathcal{P}_r$ est l'ensemble des chemins entre le routeur r et les passerelles, et f est la fonction de flot

Programme linéaire 7 (Routage et Pondération d'Ensembles Indépendants)

$$\begin{aligned}
& \text{Minimiser} && \sum_{I \in \mathcal{I}} w(I) \\
& t.q. && \sum_{P \in \mathcal{P}, P \ni e} f(P) \leq c(e) \cdot \sum_{I \in \mathcal{I}, e \in I} w(I), \forall e \in E \\
& && \sum_{P \in \mathcal{P}_r} f(P) \geq d_r, \forall r \in V
\end{aligned}$$

2. Il existe plusieurs dénomination pour ces ensembles. En particulier, dans nos articles cités dans ce chapitre, nous avons appelé ces ensembles des « *rounds* ». Dans les articles cités dans le Chapitre 4, les modèles étant plus complexes, nous avons appelé ces ensembles des « *configurations* ». Nous utilisons tout au long de ce document la terminologie d'ensemble indépendant car elle est plus répandue dans la littérature.

3.2 Dualité et génération de colonnes

La structure du programme 7 combine les deux problèmes évoqués au chapitre précédent. En effet, si l'on fixe f , on retrouve une couverture des arcs par les ensembles indépendants similaire au programme linéaire 5, comme une coloration pondérée du graphe des conflits G_c . Si l'on fixe w , il reste des contraintes de multiflot classique.

Dans la suite, on s'intéresse à la relaxation linéaire du programme 7. La fonction w n'est plus à valeur dans $\mathbb{N}$ mais $\mathbb{R}$ et ne représente plus le nombre de slots à affecter mais le temps pendant lequel il faut activer chaque ensemble.

3.2.1 Eviter l'énumération des variables

Le nombre d'ensembles indépendants et de chemins rend impossible leur énumération complète sur des instances même petites. En revenant à une formulation sommet-arc, le problème ne se poserait pas avec les chemins. Une autre solution consiste à développer des approches primal-dual [93, 98], ou à restreindre le flot à des plus courts chemins [84, 95], mais cela ne permet d'obtenir que des approximations du flot. Par ailleurs, le problème reste entier pour les ensembles indépendants. Un algorithme d'énumération partielle des ensembles indépendants a été proposé [89], mais ne permet, là encore, que le calcul de solutions approchées [74].

Dans nos travaux, nous avons fait le choix de résoudre le programme linéaire 7 par des techniques de génération de colonnes. D'autres études ont fait des choix similaires [68, 69, 70, 78].

La génération de colonnes est une des techniques efficaces de résolution de programmes linéaires de grande taille. Elle est particulièrement utile quand les problèmes admettent une décomposition dite de « *Dantzig-Wolfe* » [131, 132], mais nous ne considérerons pas cet aspect.

L'intuition de la génération de colonnes est que s'il y a un grand nombre de variables (une « colonne » étant une variable du problème dans sa représentation matricielle), notamment par rapport au nombre de contraintes, seul une faible proportion d'entre elles seront actives (i.e. non nulles) dans la solution optimale. A partir de là, l'idée d'une énumération progressive des variables au cours de la résolution apparaît. Elle se fonde sur le théorème de dualité forte [128] et le lemme de Farkas [136] qui permettent de déduire les propriétés suivantes entre un programme linéaire et son dual :

- tout programme linéaire P a un programme dual D qui a une variable par contrainte de P et une contrainte par variable de P . Si P s'écrit $\max_x \{c.x \mid A.x \leq b\}$, alors D s'écrit $\min_\lambda \{\lambda.b \mid A.\lambda \geq c\}$;
- la valeur objective optimale de P et de D coïncident ;
- toute valuation x^* des variables de P correspond à une valuation λ^* des variables duales. Si x^* correspond à une solution de P , alors λ^* n'est pas une solution de D , sauf si x^* est une solution optimale de P . Dans ce cas, λ^* est aussi une solution optimale de D ;

Si l'on a une solution sous-optimale de P , les variables duales associées violent donc au moins une contrainte de D . Par construction du dual, cette contrainte correspond à une variable de P . C'est le cœur de la génération de colonnes qui peut se résumer comme l'algorithme 1.

Dans cet algorithme, les lignes (4) et (10) correspondent à des résolutions du programme linéaire sur un sous-ensemble des variables. Cela signifie en fait que le vecteur x est de dimension $|I_o| + i$ et que sont éliminées de la matrice A les colonnes d'indices $\{0..n\} \setminus I_i$. Les résolutions sont bien plus rapides que celle du programme complet. A chaque itération le programme est plus grand mais différentes optimisations existent. D'une part les logiciels de résolution les plus aboutis permettent de prendre le calcul de S_i comme base à celui de S_{i+1} et donc limiter l'augmentation du temps de calcul à chaque itération. D'autre part, il est possible de retirer des

Algorithme 1 Génération de colonnes

- 1: Soit le programme linéaire $\max_{x \in \mathcal{X} = \{(x_k), k \in \{0..n\}\}} \{c.x \mid Ax \leq b\}$
 - 2: Soit $I_0 \subset \{0..n\}$ ▷ Les indices des variables initiales
 - 3: $A_0 \leftarrow A_{|I_0}, c_0 \leftarrow c_{|I_0}, \mathcal{X}_0 \leftarrow \mathcal{X}_{|I_0}$ ▷ Projection de A, c et $\mathcal{X}$ sur les colonnes de I_0
▷ Le PL restreint doit avoir une solution
 - 4: $S_0 \leftarrow \max_{x \in \mathcal{X}_0} \{c.x \mid A_0 x \leq b\}$ ▷ Résolution du programme restreint
 - 5: $\lambda_0 \leftarrow$ variables duales de S_0 ▷ Récupération des variables duales
 - 6: $i \leftarrow 0$
 - 7: **Tant que** $\exists \mathcal{C}$, contrainte violée par λ_i **faire** ▷ Si $\mathcal{C}$ existe, S_i n'est pas optimale
 - 8: $\zeta \leftarrow$ indice de la variable de P correspondante à $\mathcal{C}$
 - 9: $I_{i+1} \leftarrow I_i \cup \{\zeta\}, A_{i+1} \leftarrow A_{|I_{i+1}}, c_{i+1} \leftarrow c_{|I_{i+1}}, \mathcal{X}_{i+1} \leftarrow \mathcal{X}_{|I_{i+1}}$ ▷ x_ζ est ajoutée
 - 10: $S_{i+1} \leftarrow \max_{x \in \mathcal{X}_{i+1}} \{c.x \mid A_{i+1} x \leq b\}$ ▷ Résolution avec la nouvelle variable
 - 11: $\lambda_{i+1} \leftarrow$ variables duales de $S_{i+1}, i \leftarrow i + 1$ ▷ Boucle
 - 12: **Renvoyer** S_i ▷ S'il n'y a plus de contrainte duale violée, la solution est optimale
-

variables considérées si elles ne sont pas utiles dans plusieurs solutions partielles successives. Cela accélère beaucoup la résolution à chaque itération en gardant un nombre de variables considérées restreint mais fait prendre le risque de boucler indéfiniment si la stratégie d'élimination est mal conçue. Nous n'utilisons pas ce raffinement ici.

La principale difficulté de la génération de colonnes se situe aux lignes (7) à (9) : l'identification d'une contrainte violée par les variables duales et la construction de la nouvelle variable. La génération d'une nouvelle colonne est aussi appelé « *pricing* » car identifier une contrainte violée du dual correspond à identifier une variable de coût réduit négatif. Si le nombre de variables du problème est très grand, il faut espérer avoir un algorithme de pricing ne nécessitant pas l'énumération de toutes les variables ou, de manière équivalente, les contraintes duales. Si le cadre global de la génération de colonnes est systématique, c'est à cet endroit là que rentre en jeu la compréhension combinatoire du problème optimisé.

3.2.2 Interprétation combinatoire du dual

Le programme linéaire 7 s'écrit avec deux ensembles de variables, une par chemin et une par ensemble indépendant, et deux ensembles de contraintes, celles de flot et celles de capacité. Il y a donc deux ensembles de variables duales, $\lambda : E \rightarrow \mathbb{R}$ et $\mu : V \rightarrow \mathbb{R}$, et deux types de contraintes duales, indexées par les chemins et les ensembles indépendants. Dans la suite $\mathcal{O}(P)$ est l'origine d'un chemin P . Le dual du problème de routage de pondération des ensembles indépendants s'écrit comme le programme linéaire 8.

Programme linéaire 8 (Dual du Programme Linéaire 7)

$$\begin{aligned} \text{Maximiser} \quad & \sum_{p \in \mathcal{P}} d_r \cdot \mu(r) \\ \text{t.q.} \quad & \sum_{e \in P} \lambda(e) \geq \mu(\mathcal{O}(P)), \forall P \in \mathcal{P} \\ & \sum_{e \in I} \lambda(e) \cdot c(e) \leq 1, \forall I \in \mathcal{I} \end{aligned}$$

Le pricing consiste, pour une affectation des variables λ et μ donnée, de déterminer s'il existe une contrainte violée. Comme il y a deux types de contraintes, il y a deux problèmes de pricing.

On peut remarquer que le premier type de contraintes s'interprète comme une borne minimale sur le poids des chemins avec la pondération des arcs λ . Par ailleurs, le membre de droite ne dépend que de l'origine du chemin. Ces équations peuvent donc se lire comme « **pour tout routeur r , le poids du plus court chemin doit être supérieur à $\mu(r)$** ». Ainsi, un calcul de plus court chemin par nœud suffit à déterminer si une contrainte est violée et, le cas échéant, à générer une nouvelle colonne du primal.

De la même manière, le deuxième type de contraintes duales s'interprète comme « **le poids de tout ensemble indépendant doit être inférieur à 1** », en considérant la pondération des arcs $\lambda.c$. Le pricing consiste donc à calculer l'ensemble indépendant de poids maximum.

Si la partie du pricing relative aux chemins peut se calculer de manière efficace, il n'en est a priori pas de même pour le calcul de l'ensemble indépendant de poids maximum : si les ensembles indépendants ont la structure de stables d'un graphe et que la pondération est quelconque, le calcul du stable de poids maximum d'un graphe pondéré est $\mathcal{NP}$ -difficile et non-approximable à moins de $|V|^{1/2-\epsilon}$, $\forall \epsilon > 0$ [119]. Cela dit, ça n'est pas une surprise, le cœur du problème d'ordonnancement est similaire à un problème de coloration. La complexité de résolution du pricing est à l'aune de la difficulté d'énumérer tous les ensembles indépendants. Nous verrons cependant que, la pondération étant proportionnelle aux variables duales, elle a une structure particulière. Si on ne sait ni la caractériser complètement ni l'exploiter algorithmiquement, la conséquence est que la résolution du pricing est bien plus rapide qu'attendu.

3.2.3 Calculs d'ensembles indépendants

Dans le cas particulier du modèle d'interférences binaires introduit en Section 3.1.2, le calcul de l'ensemble indépendant de poids maximum est exactement celui d'un stable. Il s'écrit comme le programme linéaire 9. On y retrouve l'expression de l'exclusion mutuelle qui était masquée par l'énumération des ensembles indépendants. On se dote donc d'une variable binaire par arc, $z(e)$ valant 1 si l'arc e est utilisé, 0 sinon. Notez que dans ce programme linéaire, les λ sont des paramètres dont la valeur est issue du calcul du programme linéaire 7.

Programme linéaire 9 (Calcul d'Ensemble Indépendant - interférences binaires)

$$\begin{aligned} \text{Maximiser} \quad & \sum_{e \in E} c(e) \cdot \lambda(e) \cdot z(e) \\ \text{t.q.} \quad & z(e) + z(e') \leq 1, \forall e \in E, e' \in \mathcal{I}(e). \end{aligned}$$

La différence notable avec le programme linéaire 6 est que le pricing ne se fait que lorsque le processus de génération de colonnes a besoin de construire un nouvel ensemble indépendant.

En d'autres termes, le cœur de la complexité de résolution se retrouve isolé dans le pricing, est peu calculé, et est guidé par les variables duales. C'est la raison principale de l'efficacité de la méthode qui s'illustre dans le tableau 3.1. Les instances dont les temps de calculs sont reportés dans ce tableau sont des graphes aléatoires issus de processus de Poisson dans des zones rectangulaires, comme celui de la Figure 3.2. Le temps de résolution de la formulation naïve explose avec la taille des graphes et devient prohibitif là où la génération de colonnes ne prend que quelques secondes. Il faut se souvenir que cette dernière calcule la relaxation linéaire du problème original.

# nœuds	Temps de calcul	
	ILP 6	GC
10	4"3	0.4"
20	1' 27.5"	1"1
30	11'53"	6"7
50	5 :40'20"	8"5
70	...	1'14"
100	...	7'29"

TABLE 3.1 – Calcul : ILP 6 vs GC

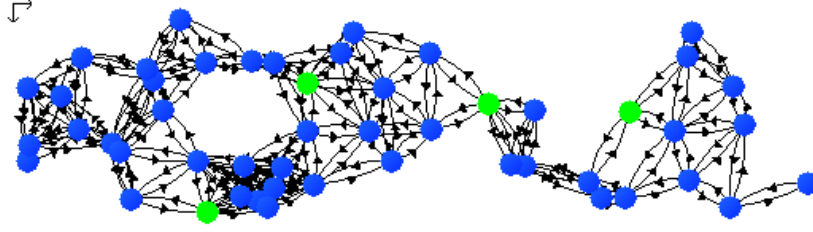


Fig. 3.2 – Instance de WMN aléatoire à 50 nœuds et 4 passerelles.

Au delà de 50 nœuds, il n'est plus possible d'obtenir la solution du programme linéaire 6, noté ILP 6 dans le tableau car c'est bien un programme linéaire en nombres entiers, en temps raisonnable, alors que la génération de colonnes prend quelques minutes.

Il est raisonnable d'envisager utiliser en partie le gain en temps de calcul constaté pour utiliser d'un modèle d'interférences plus proche de la réalité, et donc plus coûteux à calculer. Le modèle d'interférences est exactement ce qu'expriment les contraintes du problème de pricing. Pour prendre en compte, par exemple, le modèle d'interférences SINR, il suffit de remplacer le programme 9 par le programme suivant. On suppose que tous les nœuds émettent avec la même puissance P_e et utilisent le même schéma de codage et de modulation de seuil σ . Le graphe $G = (V, E)$ est obtenu comme expliqué au Chapitre 2, Section 2.3 : $E = \{(u, v) \mid \text{SNR}(u, v) > \sigma\}$. Les variables binaires z indiquant si un lien est dans l'ensemble indépendant restent nécessaires.

Programme linéaire 10 (Calcul d'Ensemble Indépendant - modèle SINR)

$$\begin{aligned}
 \text{Maximiser} \quad & \sum_{e \in E} c(e) \cdot \lambda(e) \cdot z(e) \\
 \text{t.q.} \quad & P_e \gamma(r, v) \geq \sigma \cdot (\mathcal{N}(v) + \sum_{w \neq \{r, v\}} P_e \gamma(w, v) z(w, v)) \\
 & -(1 - z(r, v)) \sigma |V| P_e, \forall (r, v) \in E \\
 & \sum_{v \in \Gamma(r)} z(r, v) \leq 1, \forall r \in V
 \end{aligned}$$

Les équations d'exclusion mutuelle sont remplacées par les équations SINR modifiées comme suit. La seconde partie des équations SINR permet de s'assurer que la contrainte est respectée dès lors que $z(e) = 0$ en retranchant au deuxième membre une constante suffisamment grande. Si $z(e) = 1$ alors cette constante est multipliée par 0 et on retrouve l'équation SINR classique pour tous les liens actifs. Les deuxième équations s'assurent que chaque routeur n'active qu'un lien incident à la fois, ce qui n'est pas interdit par l'équation SINR si $\sigma < 1$.

Cette formulation plus complexe est plus difficile à résoudre. A titre d'exemple, là où la résolution du problème avec le modèle d'interférences binaires prenait en moyenne 8,5s sur un graphe aléatoire à 50 nœuds, la résolution avec le modèle SINR prend 9,5s sur la grille carrée à 49 nœuds et 38,8s sur un graphe aléatoire à 50 nœuds. La différence de résolution entre la grille et le graphe aléatoire est dû au nombre de liens, bien plus faible dans la grille, et à la structure même de la grille sur laquelle le modèle binaire est assez proche du modèle SINR.

L'accélération drastique de la résolution du problème de routage et ordonnancement d'ensembles indépendants a été rendue possible par la compréhension de la structure combinatoire du problème et de ses variables. Étudier les résultats obtenus permet d'aller encore plus loin.

3.3 Exploiter le trafic convergent des réseaux d'accès

Les instances de WMN que nous étudions supportent un trafic convergent. Le trafic circule des routeurs vers les passerelles. Il pourrait aussi circuler des passerelles vers les routeurs, voire les deux, cela ne changerait pas fondamentalement les résultats [Ri2]. Dans tous les cas cette propriété donne une structure particulière aux résultats qui permet d'améliorer encore la résolution.

3.3.1 Goulot d'étranglement

La Figure 3.3 montre l'évolution de la capacité de chaque flot avec le nombre de nœuds du réseau pour plusieurs densités de passerelles. On y trouve une décroissance en $\frac{1}{|V|}$ qui s'explique par un effet d'engorgement des trafics autour des passerelles. En effet, la capacité d'une passerelle est limitée par la capacité nominale du lien radio puisque ses liens incidents sont en concurrence pour l'accès au médium. Ce phénomène a été mis en évidence dans d'autres contextes similaires [Ci20, Ci30, 73, 77].

On s'attend alors à une augmentation linéaire de la capacité de chaque flot avec le nombre de passerelles. La Figure 3.4(a) représente le gain de l'augmentation du nombre de passerelles et confirme presque cette attente. Tant que la densité de passerelles, placées aléatoirement, reste faible, il y a effectivement un gain égal au nombre de passerelles. Mais à mesure que la densité augmente, le gain augmente plus lentement. L'intuition est que deux passerelles trop proches l'une de l'autre se gênent du fait des interférences.

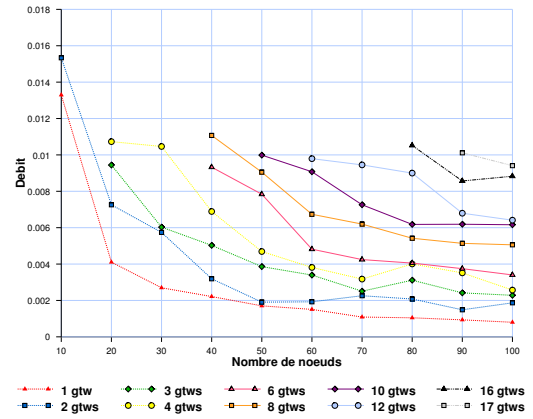
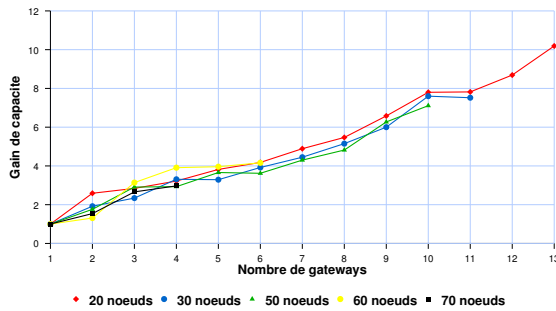
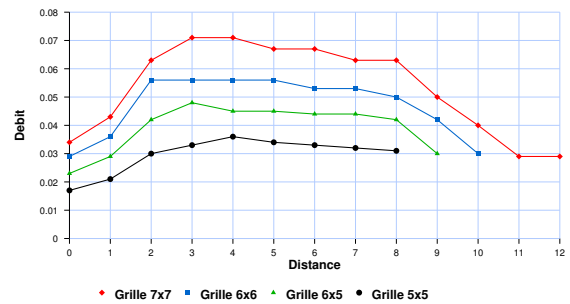


Fig. 3.3 – Capacité vs taille du réseau



(a) Capacité vs # passerelles.



(b) Capacité vs distance entre 2 passerelles.

Fig. 3.4 – Capacité et passerelles

La Figure 3.4(b) illustre ce phénomène sur l'évolution de la capacité par flot avec la distance entre deux passerelles sur des réseaux en grille carrée régulière. Au fur et à mesure que les passerelles s'éloignent, la capacité augmente jusqu'à atteindre un plateau autour de 3 à 4 fois la distance entre les nœuds. Lorsqu'elles continuent à s'éloigner, la capacité redescend. Ces deux phénomènes sont bien dûs aux interférences. Il y a une zone autour de chaque passerelle dans laquelle les interférences sont telles qu'un seul lien peut être actif à la fois. À la frontière de cette zone, plusieurs liens sont incidents à la zone, qui ne peuvent être actifs qu'en même temps qu'un

lien antipodal de la zone. Pour obtenir une capacité maximale, il faut qu'à chaque instant, un lien de cette zone soit actif et que les liens incidents soient activés de sorte à ce que le débit entrant la zone soit égal à la capacité.

Le premier phénomène, lorsque les passerelles sont proches, est dû à la superposition de leurs zones respectives. La partie commune ne permet plus d'apporter du trafic à l'une ou l'autre des passerelles et de la capacité est perdue. En pratique, lorsque les deux passerelles sont très proches, elles fonctionnent presque comme s'il y en avait qu'une.

L'autre phénomène est dû à un effet de bord de la grille. A mesure que les passerelles s'éloignent, elles approchent nécessairement du bord de la grille. Quand la zone d'une passerelle touche le bord, le nombre de liens incidents à la zone diminue et il n'est plus possible d'y apporter suffisamment de trafic.

Cet effet de la concentration de trafic se traduit dans l'optimisation par un temps de calcul plus faible qu'attendu pour le calcul des ensembles indépendants. La raison vient de la nature de la pondération des liens induit par les variables duales. En effet, une variable duale est non nulle uniquement si la contrainte correspondante est « serrée » dans la solution, c'est à dire s'il y a égalité entre les deux membres de l'inéquation. En particulier, les variables λ sont non nulles uniquement sur les liens dont la capacité est atteinte par le flot. Intuitivement, plus $\lambda(e)$ est élevé, plus il y a besoin de rajouter de la capacité sur le lien e pour améliorer la solution. Le poids de e incite alors à ce qu'il appartienne à l'ensemble indépendant calculé par le pricing. Or, dans le cas d'un trafic convergent, le phénomène de goulot d'étranglement fait que le besoin de capacité est important autour des passerelles et plus faible loin, où les flots sont répartis sur différents liens. Il y a donc de fortes chances pour que les λ ne soient positifs qu'autour des passerelles et nuls à partir d'une certaine distance.

3.3.2 Oublier le routage pour aller plus vite

Si on fixe la pondération des ensembles indépendants, le routage est un multiflot des routeurs vers l'ensemble des passerelles. Comme tous les flots convergent vers les mêmes destinations indistinctement, on peut reformuler ce multiflot comme un problème de flot simple dans un graphe associé, G' , illustré en Figure 3.5(a). De cette manière, on peut utiliser le théorème *flot max/coupe min* (cf Chapitre 2) et remplacer le flot par un problème de couverture par les coupes. Dans la suite on note S une coupe et $\bar{S}$ son complémentaire. La capacité de S est la somme des capacités des liens allant de S à $\bar{S}$: $w(S) = \sum_{e \in (S, \bar{S})} w(e)$.

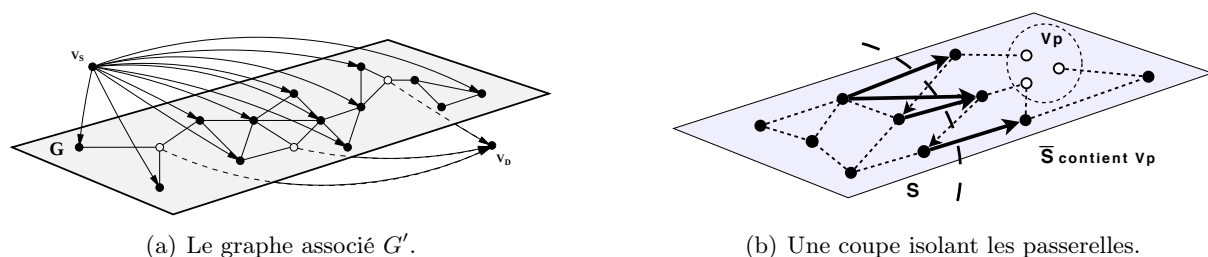


Fig. 3.5 – Graphe associé et coupe

Cette transformation et sa preuve d'équivalence reposent principalement sur des réécritures techniques. Les détails de cette transformation ont été publiés [Ri4]. Le fait important de cette transformation est que les contraintes du programme linéaire 7 sont respectées si et seulement si toute coupe S telle que $V_p \subset \bar{S}$ a une capacité supérieure au trafic des routeurs situés dans S ,

$d_S = \sum_{r \in S} d_r$. Une telle coupe est illustrée sur la Figure 3.5(b). On note $\mathcal{S} \subset 2^V$ l'ensemble des coupes de G isolant les passerelles.

La capacité effective d'un lien e est $c(e) = \sum_{I \ni e} w(I)$. La capacité d'une coupe est donc $w(S) = \sum_{e \in (S, \bar{S})} \sum_{I \ni e} w(I)$. Pour simplifier, on note $\delta(I, S) = |R \cap (S, \bar{S})|$ le nombre de liens d'un ensemble indépendant I appartenant à la frontière de la coupe S . De la sorte, $w(S) = \sum_{I \in \mathcal{I}} \delta(I, S) \cdot w(I)$. On peut dès lors écrire le problème de couverture par des coupes et pondération d'ensembles indépendants, équivalent au problème de routage et pondération d'ensembles indépendants, comme le programme linéaire 11.

Programme linéaire 11 (Coupes et ensembles indépendants)

$$\begin{aligned} & \text{Minimiser} && \sum_{I \in \mathcal{I}} w(I) \\ & \text{t.q.} && \sum_{I \in \mathcal{I}} \delta(S, I) \geq d_S, \forall S \in \mathcal{S} \end{aligned}$$

L'intérêt de cette formulation ne saute pas aux yeux. Il y a non seulement un nombre exponentiel de variables comme avant, mais en plus un nombre exponentiel de contraintes. Il faut par ailleurs reconstruire le routage une fois la solution optimale obtenue. Ceci dit, cette reconstruction n'est qu'un calcul de simple flot dans le graphe G' une fois les capacités obtenues. Reste à calculer une solution optimale. Pour cela, il faut développer une méthode combinant génération de colonnes comme vu précédemment et génération de ligne. Cela mène à l'algorithme primal-dual 2. Le principe consiste à alterner phases de génération de colonnes et phases de génération de lignes, jusqu'à obtention de la solution optimale.

Algorithme 2 Calcul Primal-Dual de la formulation en coupes.

```

 $\mathcal{S} \leftarrow \{S_0 = V_r\}, \mathcal{I} \leftarrow \{\{e\}, \forall e \in E\}$  - Résoudre LP 11
 $\mathcal{I}_{new} \leftarrow$  Ensemble Indépendant violant une contrainte duale
 $\mathcal{S}_{new} \leftarrow$  Coupe violée :  $\{S, \text{ s.t. } d_S > \sum_{I \in \mathcal{I}} \delta(I, S)w(I)\}$ 
Tant que ( $\mathcal{I}_{new} \neq \emptyset$ ) || ( $\mathcal{S}_{new} \neq \emptyset$ ) faire
  Tant que ( $\mathcal{I}_{new} \neq \emptyset$ ) faire
     $\mathcal{I} \leftarrow \mathcal{I} \cup \{\mathcal{I}_{new}\}$  - Résoudre LP 11 -  $\mathcal{I}_{new} \leftarrow$  Nouvel ensemble indépendant
   $\mathcal{S}_{new} \leftarrow$  Coupes violées
  Tant que ( $\mathcal{S}_{new} \neq \emptyset$ ) faire
     $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{\mathcal{S}_{new}\}$  - Résoudre LP 11 -  $\mathcal{S}_{new} \leftarrow$  Coupe violée
   $\mathcal{I}_{new} \leftarrow$  Nouvel ensemble indépendant

```

La solution est optimale.

La génération d'une nouvelle colonne est exactement la même que pour la formulation en flot, le problème d'ensemble indépendant de coût maximum. La génération d'une nouvelle ligne est ici un problème de coupe minimum qui peut se résoudre par de nombreux algorithmes de la littérature ou par un programme linéaire. L'algorithme 2 résout le programme linéaire 11 efficacement. Sur des instances utilisant le modèle d'interférences binaires, les temps de calcul sont similaires à ceux de la formulation en flot.

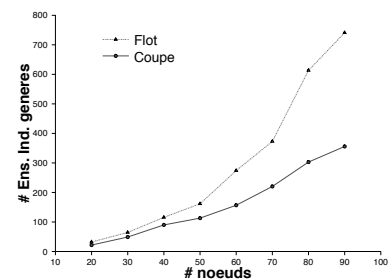


Fig. 3.6 – # Ens. Ind. générés.

Il y a tout de même un gain, illustré par la Figure 3.6 : les itérations génèrent un plus petit nombre d'ensembles indépendants, ce qui laisse espérer un gain plus important avec des modèles d'interférences plus coûteux à calculer comme le modèle SINR.

On remarque par ailleurs que la complexité de calcul des ensembles indépendants croît sous-linéairement avec le nombre de routeurs, mais linéairement avec le nombre de passerelles (cf tableau 3.2). Cela rejoint les remarques faites en Section 3.3.1 sur l'existence d'un goulot d'engorgement et la concentration des variables duales autour des passerelles. La formulation en coupes permet d'illustrer ce phénomène. La Figure 3.7 montre les coupes calculées sur une grille régulière avec le modèle d'interférences SINR. Elles sont peu nombreuses et dessinent les goulots d'étranglement identifiés plus haut.

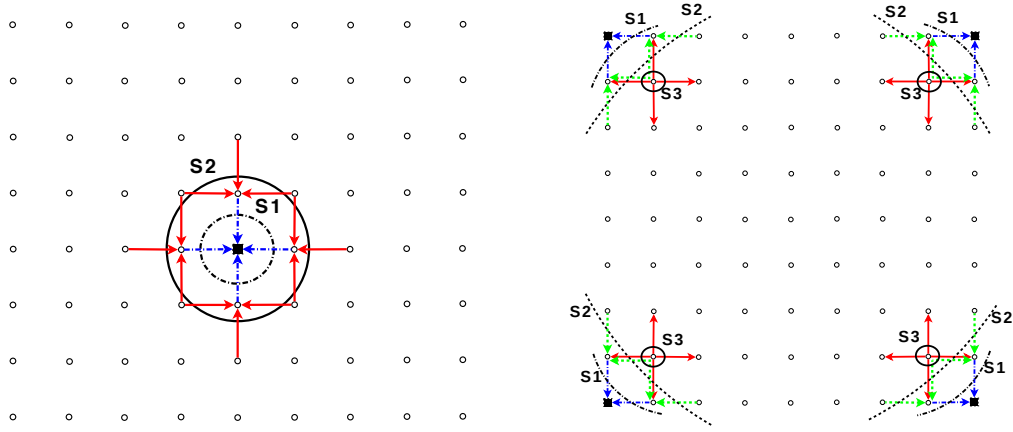


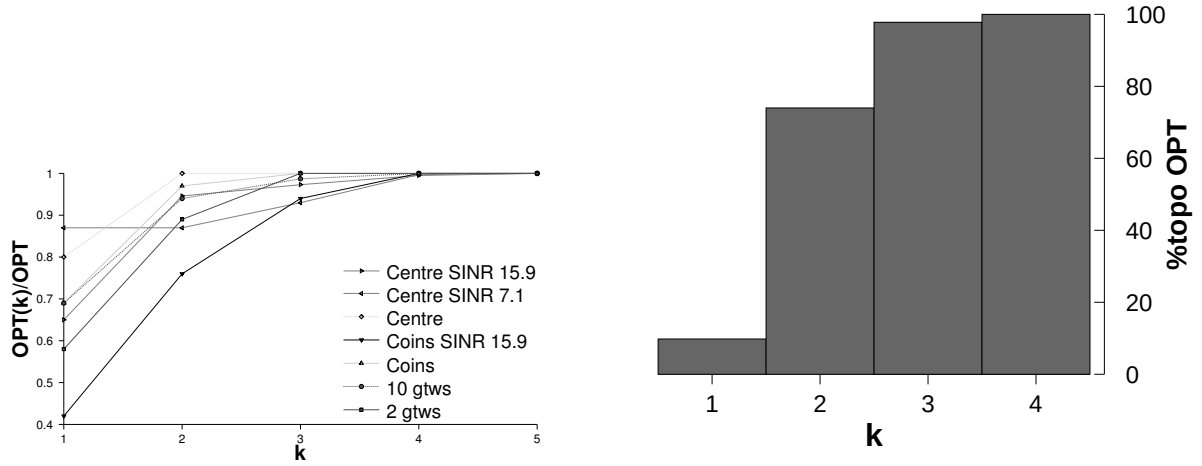
Fig. 3.7 – Coupes actives

Cela permet d'envisager une accélération supplémentaire de la résolution. En limitant le calcul des coupes aux liens situés à proximité des passerelles, à la fois le calcul de coupes, le calcul des ensembles indépendants et le nombre d'itérations diminuent. Si la distance à laquelle on se limite est trop faible, on obtiendra bien sûr une approximation de la solution optimale.

La Figure 3.8(a) montre l'évolution de l'approximation obtenue en fonction de la distance aux passerelles considérée sur différentes grilles régulières. Dès lors que l'on considère les liens jusqu'à quatre sauts des passerelles, on obtient la solution optimale. La Figure 3.8(b) montre le pourcentage de solutions optimales obtenues en fonction de la distance sur des instances aléatoires. Quasiment toutes les solutions sont déjà optimales à 3 sauts et celles qui ne le sont pas sont des réseaux ayant un grand nombre de nœuds mais une faible connectivité autour des passerelles. Les instances étant optimales avec $k = 1$ ont une grande densité de passerelles.

L'avantage de cette accélération est que le temps de calcul est désormais indépendant du nombre de nœuds dans le réseau. Seuls comptent le nombre de passerelles et la densité du réseau autour d'elles. Ainsi, on peut résoudre des instances de taille arbitraires (cf tableau 3.2).

Malheureusement, on ne peut pas déduire une valeur de k valable en général. En effet, si la topologie du graphe présente un goulot d'étranglement ailleurs qu'autour d'une passerelle, notamment du fait d'une faible connectivité locale, il y aura des coupes critiques autour de cette zone. Par ailleurs, cette optimisation suppose implicitement que tous les liens ont la même capacité nominale. Si des liens hors des zones d'engorgement peuvent avoir des capacités plus faibles, des coupes critiques peuvent là aussi apparaître.



(a) Approximation en fonction de la taille k de la zone considérée.

(b) Proportion des instances atteignant l'optimal en considérant une zone de taille k .

Fig. 3.8 – Calcul du LP 11 en se limitant à la zone d'engorgement.

3.4 Conclusion

Ce chapitre était consacré à la formalisation de l'optimisation de la capacité dans les réseaux radio maillés. Une modélisation naïve, décrivant le fonctionnement du système de manière élémentaire est à la fois limitée de par son expressivité, seuls les modèles d'interférences binaires peuvent être pris en compte, et par son temps de résolution prohibitif du fait d'un trop grand nombre de variables binaires.

La compréhension de la structure combinatoire du problème permet d'obtenir une formulation plus sophistiquée pour une relaxation du problème. On reporte alors la difficulté de prendre en compte des interférences radio dans l'énumération d'un grand nombre de variables. Grâce à la technique de génération de colonnes, fondées sur des résultats profonds de dualité, la résolution de cette formulation est plusieurs ordres de grandeur plus rapide.

Enfin, l'étude des solutions optimales amène à une accélération supplémentaire utilisant le lien entre flot et coupes. Ce faisant on peut résoudre de manière approchée des instances de taille quelconque, en obtenant toutefois très fréquemment l'optimal. La synthèse des performances des différentes formulations est présentée dans le tableau 3.2.

Ces formulations sont limitées à l'hypothèse d'une couche physique mono-canal avec un multiplexage en temps par slots, des puissances d'émission et des capacités nominales fixes, voire uniformes. Pour aller plus loin, il faut modéliser des couches physiques plus complexes et la modulation de puissance des nœuds. C'est l'objet du Chapitre suivant où nous prenons en compte une couche physique temps-fréquence OFDMA similaire à celle de LTE.

Topologie	# nœuds	# passerelles	ILP 6	LP 7 flot	LP 11 coupes	LP 11 tronqué
grille	5×5	1	1'12"	2"1	2"7	0"4
grille	7×7	1	8 : 37'	9"5	3"2	0"6
aléatoire	50	1	5 : 40'	38"7	49"4	2"7
aléatoire	100	1	...	7'29"	2'47"	8"5
aléatoire	100	9	...	2 : 5'	35"	10'20"
grille	15×15	1	...	56"2	2'11"	2"
grille	15×15	4	...	5'16	7'3"	2"3
grille	$n \times n$	1 (centre) ou 4 coins	—	—	—	Qq secondes
aléatoire	n	$\frac{n}{d}$	—	—	—	mn/passerelle

TABLE 3.2 – Temps de calcul des différentes formulations présentées

Chapitre 4

Contrôle de puissance et de débit : compromis capacité-énergie

Le développement des infrastructures de réseaux radio rencontre plusieurs débats particulièrement prégnants dans la société. Le renchérissement de l'énergie et les problématiques d'empreinte écologique exigent que la consommation énergétique des réseaux radio soit parmi les critères d'optimisation les plus importants. D'autant plus que les réseaux de télécommunications ont une part significative dans la consommation énergétique d'un pays, de l'ordre de quelques pour-cents, et 60 à 80% de celle-ci vient de l'accès radio [75]. Les inquiétudes, dont nous n'interrogerons pas la légitimité ici, quant à l'impact des ondes employées en télécommunication sur la santé publique poussent par ailleurs à s'intéresser aux niveaux de puissance émis par les différents éléments du réseau.

D'un autre côté, l'évolution de nos usages, la démocratisation de l'accès à l'Internet mobile et l'émergence des villes numériques et intelligentes, font augmenter les besoins en capacité bien plus rapidement pour les réseaux radio que les technologies filaires [60]. En particulier, les technologies déployées actuellement ne suffisent pas à absorber la croissance prévue de la demande de trafic sans une densification drastique du réseau.

La concomitance de ces deux exigences, à première vue contradictoires, motivent l'étude des compromis entre la capacité et la consommation énergétique des réseaux. Ce chapitre s'intéresse aux méthodes que nous avons déployées pour introduire les problématiques de puissance et d'énergie dans nos modèles et calculer des « fronts de Pareto » entre ces deux critères.

La modélisation des systèmes avec contrôle de puissance et de débit, via les schémas de codage et de modulation, n'est pas naturelle en optimisation du fait de la non-linéarité des équations qui les régissent, telle la relation de Shannon (cf Figure 2.1). La Section 4.1 discute des hypothèses classiques sur les liens entre consommation énergétique, puissance d'émission des nœuds et capacité. La Section 4.2 applique ces modèles aux calculs d'ensembles indépendants pour les réseaux LTE avec contrôle de puissance et de débit pour y étudier le compromis entre capacité et énergie. Enfin la Section 4.3 interroge l'utilité de ces modèles, les résultats obtenus et les limites de cette approche.

4.1 Énergie, puissance et capacité

L'étude des systèmes à puissance et débit fixes a permis d'identifier et comprendre plusieurs phénomènes fondamentaux. Certains sont des enjeux liés aux communications radio et à la modélisation des interférences. D'autres, comme l'importance des goulots d'étranglement, sont

plus spécifiques aux réseaux de collecte. Il y a enfin les problématiques d'optimisation issues de l'exploitation de la structure combinatoire des réseaux.

Néanmoins, à moins de se limiter à des technologies très rudimentaires, cette hypothèse de puissance et débit fixes est extrêmement restrictive. Même sur des systèmes n'ayant pas de mécanisme d'adaptation de la puissance d'émission, il y a, en général, plusieurs schémas de codage et de modulation à disposition pour s'adapter aux conditions du canal. Il en suit une répartition de la ressource radio différenciée selon les situations, la satisfaction d'une même demande utilisant plus de ressources dans des conditions dégradées que dans des conditions optimales. Le contrôle de puissance est un facteur de diversité supplémentaire qui, du fait des interférences, joue grandement sur la réutilisation spatiale.

Les performances d'un système à puissance fixe, plus contraint, sont nécessairement une borne inférieure (en qualité) à celles obtenues avec contrôle de puissance et de modulation. Il n'y a cependant pas de règle simple pour étendre les résultats d'une situation à l'autre. En effet, la diversité introduite dans les niveaux de puissances et les seuils SINR modifie grandement la structure des ensembles indépendants et, avec eux, des solutions optimales.

Il est donc nécessaire d'introduire les notions de puissance d'émission variable et de sélection des schémas de codage et de modulation dans les modèles d'optimisation. L'objectif de cette section n'est pas de fournir le modèle le plus détaillé possible de la consommation énergétique d'un nœud radio. Il s'agit plutôt d'identifier les relations utiles au calcul des compromis capacité-énergie d'un réseau et d'exploiter leurs propriétés pour permettre des calculs efficaces et ce malgré leur caractère non-linéaire, voire discret.

4.1.1 Modèle d'énergie et puissance d'émission

L'établissement, et le choix, d'un modèle d'énergie est une tâche complexe. Tout dépend du niveau de finesse requis et surtout des paramètres sur lesquels on désire pouvoir jouer. On l'a vu précédemment, la charge d'un nœud ou d'un lien est une notion que les outils d'optimisation savent bien manipuler. Malheureusement, la dépendance de la consommation énergétique d'un nœud à sa charge n'est pas simple et dépend fortement de la technologie en œuvre.

Par exemple il est communément admis que la consommation d'un capteur ne dépend que marginalement de son activité réseau. Il dépense, pour une puissance d'émission donnée, le même ordre de grandeur d'énergie en émission, réception ou écoute active, et quasiment rien en veille [85], comme l'illustre la Figure 4.1

pour un WSN430. De ce fait, la consommation d'un nœud ne va pas dépendre que de sa charge mais aussi de paramètres plus complexes comme le temps que la couche MAC lui fait passer à écouter le canal et l'ordonnancement d'activité et de mise en veille (*duty cycle*).

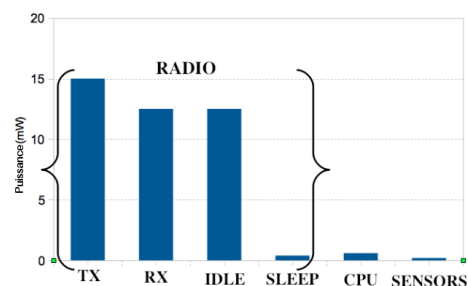


Fig. 4.1 – Consommation d'un WSN430

Le cas des stations de base d'un réseau cellulaires est différent. Selon la taille du système (macro, micro ou femto cellule), les profils d'énergie varient mais partagent une similitude : on peut approximer la relation entre la puissance d'émission du nœud et sa consommation d'énergie par une fonction affine [62], comme illustré en Figure 4.2 pour une macro-cellule tri-sectorielle et une micro-cellule LTE¹.

1. Les deux courbes correspondent à des systèmes LTE fonctionnant sur une bande passante de 10MHz avec un système MIMO 2x2.

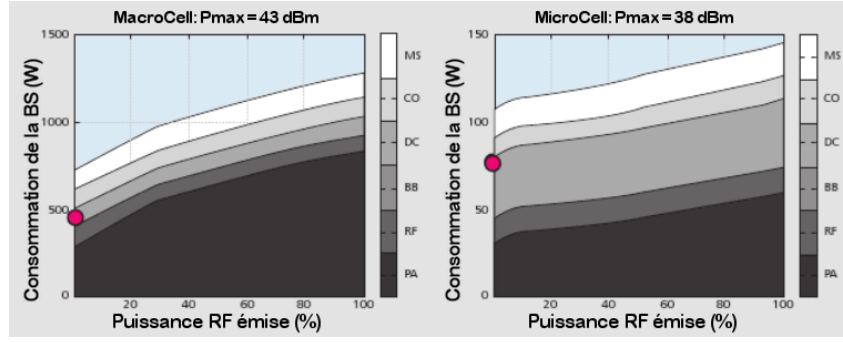


Fig. 4.2 – Energie vs puissance : Macro tri-sectorielle LTE - Micro-cellule

Si l'on suppose que tous les équipements et les liens sont constamment en fonctionnement, la consommation correspondant à la partie constante de la fonction affine peut être assimilée à un coût fixe et inévitable que l'on peut « oublier ». Ce coût fixe correspond en effet à des fonctionnalités du nœud indépendantes, ou à la marge, de son activité réseau : alimentation des circuits électroniques, des amplificateurs de puissance, éventuellement du refroidissement du nœud, etc. Cette répartition est illustrée en Figure 4.3.

Dans la suite, nous considérons donc des réseaux respectant l'hypothèse 8, c'est à dire dont les nœuds ont l'ensemble de leurs fonctionnalités constamment opérationnelles. La portée de cette hypothèse et les limites qu'elle impose seront discutées dans le Chapitre 5.

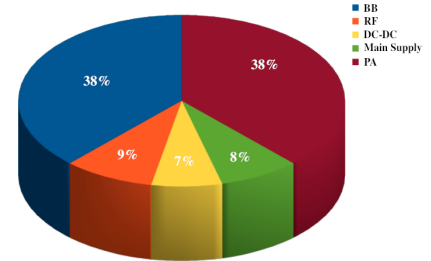


Fig. 4.3 – Coûts en énergie - eNodeB

Hypothèse 8 *L'ensemble des nœuds du réseau fonctionnent en permanence. Sans perte de généralité on suppose des coûts fixes nuls. La consommation énergétique d'un nœud u vaut donc*

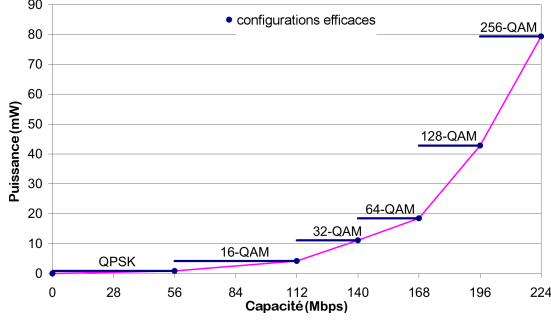
- 0 s'il ne fait rien ;
- $P_r(u)$ quand il reçoit ;
- $a(u).P_e(u)$ quand il émet avec la puissance $P_e(u)$.

La relation entre puissance d'émission et consommation énergétique étant modélisée, il reste à faire le lien avec la charge des nœuds, ou du moins la capacité des liens.

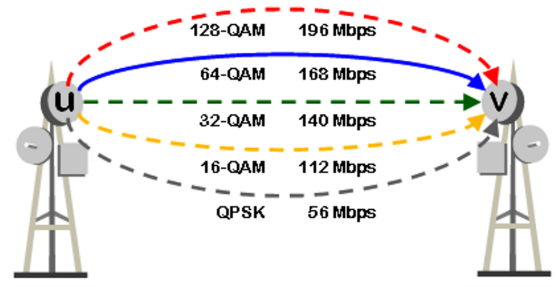
4.1.2 Puissance et capacité en l'absence d'interférence.

En Section 2.3, la relation entre le rapport signal à bruit au récepteur, SNR, et les capacités théoriques et pratiques d'un lien radio a été présentée et illustrée par la Figure 2.1. En particulier, pour chaque technologie, un ensemble de schémas de codage et de modulation est défini. Chaque schéma a un seuil de SNR au delà duquel le taux d'erreur est suffisamment faible pour que le codage permette d'assurer que la transmission est réussie au débit donné par la modulation.

Considérons ici des liens points à points. Ils sont donc réalisés par des antennes directives, le système a un gain fixe et on suppose le bruit au destinataire constant. En inversant la courbe de la Figure 2.1, on peut calculer, pour un lien donné, l'ensemble des puissances d'émission nécessaires à l'obtention d'une capacité donnée, comme illustré en Figure 4.4(a). Ainsi, dans



(a) Puissance et capacité de lien



(b) Représentation multiarc d'un lien à 168Mb/s

Fig. 4.4 – Modèle de capacité discret

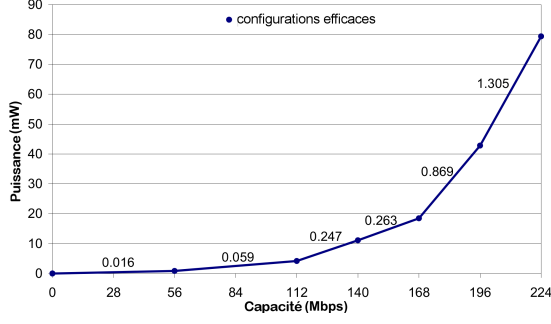
cet exemple, si l'on veut un débit compris entre 140 et 168Mb/s, il faudra utiliser le schéma 64-QAM qui fournit 168Mb/s et donc émettre à 20mW. De ce fait, se contraindre à n'utiliser que 150Mb/s serait inefficace puisque le schéma correspondant fournit de toutes façons 168Mb/s. De la même manière, transmettre avec une puissance entre 20 et 40mW ne fait que gâcher de l'énergie puisque la capacité du lien ne changera pas, sauf à passer le seuil de la modulation suivante.

Ainsi, on peut se limiter à un ensemble discret de configurations du lien, les couples (capacité, puissance) définis par les schémas de modulation et les puissances minimales nécessaires à leur activation. Un tel lien point à point peut se modéliser par un multi-arc d'un graphe, chaque arc représentant une configuration, comme illustré par la Figure 4.4(b).

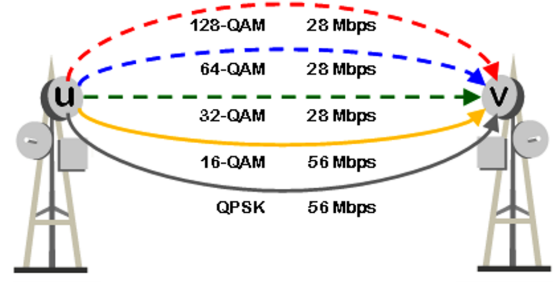
Calculer le routage dans un réseau de tels liens de sorte à minimiser la consommation énergétique totale peut être vu comme un cas particulier de multiflot de coût minimum. Dans notre cas, les fonctions de coût des liens sont en escalier et croissantes. Il faut choisir une capacité et « payer » la puissance d'émission correspondante pour chaque lien, ce qui revient à choisir un de ses multi-arcs. S'il y a M configurations disponibles, cela s'exprime avec un ensemble de M variables binaires y_{uv}^m pour chaque arc (u, v) qui valent 1 si la configuration m est utilisée avec la capacité $c_{u,v}^m$ et la puissance $P_{u,v}^m$. La capacité du lien est alors $c(u, v) = \sum_m y_{uv}^m \cdot c_{u,v}^m$. Il faut rajouter contrainte d'exclusion mutuelle qui exprime le fait qu'un lien ne peut avoir qu'une seule configuration active : $\sum_m y_{u,v}^m \leq 1$. Ces contraintes s'ajoutent à une formulation classique de multiflot dont la fonction objective, minimiser la somme des puissances utilisées, devient $\min \sum_{u,v} \sum_m y_{u,v}^m \cdot P_{u,v}^m$.

Une telle formulation a un grand nombre de variables binaires et surtout d'équations d'exclusions mutuelles que l'on a vu, dans le cas de la coloration, être la cause de très mauvaises performances de calcul. La communauté de recherche opérationnelle s'est d'ailleurs assez peu penchée sur la résolution des multiflots à fonction de coût en escalier. Une relaxation du problème combinant génération de colonnes et de contraintes a été proposée pour générer des bores inférieures [123]. Une autre approche a été de tenter un encadrement des fonctions de coût par des fonctions convexes [106], mais les performances sont assez mauvaises dans le cas général.

Dans le cas qui nous intéresse, pourtant, la convexification est une technique efficace si on s'appuie sur la structure de coût des liens radio.



(a) Fonction de coût linéaire par morceau et convexe



(b) Représentation incrémentale d'un lien à 112Mb/s

Fig. 4.5 – Modèle de capacité incrémental

4.1.3 Exploiter la convexité du coût énergétique de la capacité

Les fonctions de coût en escalier qui modélisent la puissance nécessaire à l'établissement d'un lien radio ont une structure convexe. En effet passer d'un palier au suivant implique un surcoût en puissance croissant alors que le gain en capacité décroît puis est stable. Passer du schéma QPSK à 16-QUAM représente un gain de 56Mb/s pour un coût supplémentaire de 3.32mW. Passer de 16-QUAM à 32-QUAM « rapporte » 28Mb/s supplémentaires mais coûte 6,9mW.

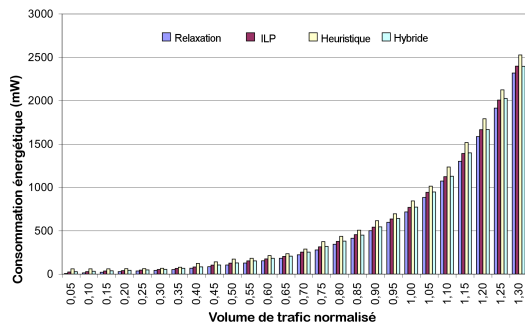
La première conséquence de cette structure est que le multiflot va avoir tendance à répartir le trafic pour éviter d'avoir à utiliser des schémas de codage et modulation trop élevé. Cette tendance là n'est pas prise en compte dans les équations d'exclusion mutuelle précédentes, d'où une certaine inefficacité de la formulation. Il est bien plus cohérent d'utiliser une formulation incrémentale de l'utilisation des liens comme représenté en Figure 4.5(b).

Dans cette représentation, chaque multi-arc a comme capacité le gain par rapport au schéma précédent et comme coût le surcoût en énergie. Le surcoût étant croissant avec la capacité des schémas, le multi-arc correspondant à QPSK sera utilisé de préférence à celui correspondant au passage à 16-QUAM, lui même étant préféré au suivant, etc. On peut donc éliminer les équations d'exclusion mutuelle et laisser la structure de coût guider la résolution du programme.

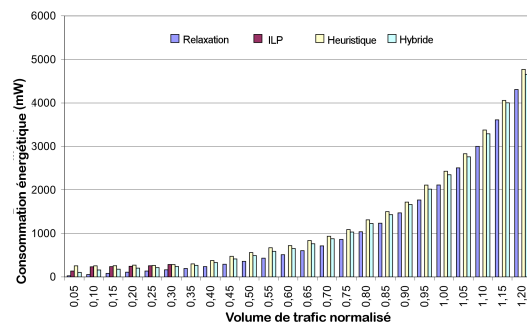
La deuxième conséquence, c'est que l'on peut relaxer efficacement le problème en linéarisant la fonction de coût en escalier en une fonction linéaire par morceau représentée en Figure 4.5(a). Chaque segment de la fonction représente le passage d'un schéma au suivant et a une pente, indiquée sur la courbe, égale au ratio du surcoût en puissance au gain en capacité. La pente du segment entre QPSK et 16-QUAM est de $0.059 = \frac{3.32mW}{56Mb/s}$. Ainsi le coût d'un lien à 112Mb/s est de $(56 - 0) \times 0.016 + (112 - 56) \times 0.059 = 4.2mW$ comme indiqué par la Figure 4.4(a). La formulation des capacités des liens est alors débarrassée de toute variable binaire.

Pour chaque lien (u, v) , on note $\delta_P^m(u, v)$ la pente de la fonction de coût sur le segment représentant le passage au schéma m . La variable x_{uv}^m indique la quantité de capacité utilisée entre c_{uv}^{m-1} et c_{uv}^m . En particulier, $x_{uv}^m \leq c_{uv}^m - c_{uv}^{m-1}$. La capacité du lien (u, v) s'exprime alors simplement comme $c_{uv} = \sum_m x_{uv}^m$ et la fonction de coût est $\min \sum_{(u,v)} \sum_m \delta_P^m(u, v) \cdot x_{uv}^m$.

C'est la structure des $\delta_P(u, v)$ qui assure que les variables x_{uv}^m se comportent correctement et non plus des variables d'exclusion. Le problème est néanmoins relaxé car il est possible de définir une capacité intermédiaire entre deux liens et, pour obtenir une solution au problème initial, il faut arrondir la solution. Nous n'irons pas, ici, dans le détails des méthodes heuristiques pour calculer ces arrondis, elles sont présentées dans la thèse de Napoleão Nepomuceno [66]. Les



(a) Grille 5×5



(b) Grille 10×10

Fig. 4.6 – Power utilization as a function of the traffic volume.

résultats de simulation sur des cas simples montrent que la relaxation linéaire présentée ici est très performante. La Figure 4.6 montre les résultats obtenus sur des réseaux en grille, l’une de 25 nœuds, l’autre de 100 nœuds. Ces instances sont très uniformes, mais en l’absence d’interférence, la régularité du réseau a peu d’impact. Ce sont surtout des réseaux peu denses.

Un trafic aléatoire est routé sur ce réseau puis multiplié progressivement pour exiger plus de capacité. Le résultat en lui-même est intuitif, la consommation globale d’énergie croît exponentiellement de la même manière que la fonction de coût pour chaque lien. Deux faits intéressants apparaissent sur ces courbes.

D’une part, la formulation entière n’arrive pas à calculer de solution sur le réseau à 100 nœuds dès que le trafic augmente un peu, c’est à dire dès qu’il faut utiliser des schémas de codage et de modulation autre que QPSK. Sans pouvoir exploiter la convexité de la fonction de coût, dès que de choix sont nécessaires la combinatoire du problème explose.

D’autre part, l’écart entre le résultat de la relaxation linéaire et les solutions réalisables optimales ou heuristiques est minime. Il diminue même en proportion du résultat. Cela montre que la linéarisation de la fonction de coût discrète produit une relaxation très efficace. En particulier, du fait de la convexité sous-jacente et des ruptures de pente sur la courbe de coût aux points intégraux, l’écart d’intégralité est marginal.

4.2 Lien point à multipoint et compromis capacité-énergie

Dans le problème précédent, les liens étaient point à point, c’est à dire complètement indépendants les uns des autres. Dans cette situation, il n’y a pas de compromis à faire, simplement à optimiser le routage pour minimiser les coûts d’activation des liens. Si l’on considère un médium à diffusion, les interférences changent la donne. La formule de SINR indique un compromis pour augmenter la capacité. Soit l’on augmente la puissance d’émission du nœud source, soit on diminue les interférences, donc la puissance des autres. Moins d’interférences signifie plus de réutilisation spatiale, plus de puissance signifie des débits localement supérieurs mais plus de consommation d’énergie.

Cette section est dédiée au calcul de configurations de réseaux radio maillés optimales en capacité et en énergie. Le Programme Linéaire 7, présenté au Chapitre précédent, calcule des configurations de réseaux maillés optimales en capacité dans l’hypothèse d’une puissance d’émission et de capacités fixes. Il faut l’adapter pour prendre en compte à la fois la consommation d’énergie et la diversité de schéma de modulation et de codage. Les réseaux considérés dans la suite exploitent une ressource temps-fréquence, à la manière de WiMax [83] ou LTE [76], dont les grands principes sont présentés dans la suite.

4.2.1 Modèle de multiplexage en temps-fréquence

Au niveau de détail qui nous intéresse ici, le principe d'un multiplexage temps-fréquence de type OFDMA est le suivant. La ressource disponible est découpée en k sous-canaux orthogonaux, appelés aussi « fréquences », c'est à dire sans interférence entre eux. Le temps est lui divisé en une succession d'intervalles de durée identique. Un intervalle et une fréquence définissent un bloc temps-fréquence, qui est la ressource unitaire, représentée en Figure 4.7. Deux blocs sont soit dans des intervalles, soit sur des canaux différents. Ces ressources sont donc indépendantes.

Il est possible pour un nœud d'émettre et recevoir simultanément vers ou de plusieurs destinataires. Il suffit que ces communications aient lieu sur des canaux différents. Un nœud peut utiliser des puissances d'émission et des schémas de modulation et de codage distincts dans chaque bloc où il s'active. Ce faisant, il répartit sa puissance d'émission sur les différents blocs simultanés qu'il utilise. Ainsi, la somme des puissances émises sur des blocs simultanés est bornée par la puissance maximale du nœud, notée $\bar{P}(u)$ pour le nœud u .

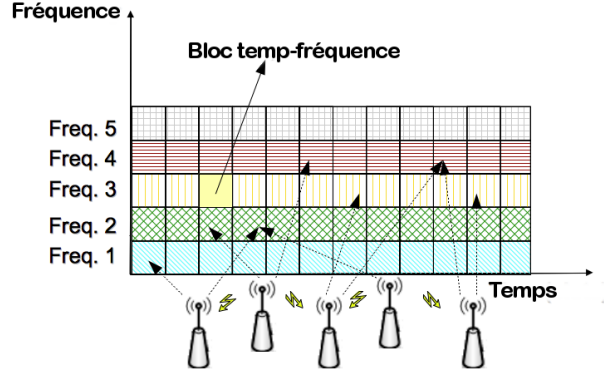


Fig. 4.7 – Multiplexage temps-fréquence

Un lien du graphe de connectivité $G = (V, E)$, défini en Section 2.3, est une paire de nœuds pour laquelle il existe une puissance d'émission et un schéma de codage et de modulation tels que le SNR au récepteur est supérieur au seuil du schéma. En somme, il s'agit de deux nœuds qui peuvent effectivement communiquer si les conditions sont remplies. Pour prendre en compte les mécanismes de puissance et de débit variables, on introduit la notion de « lien physique », défini par les données suivantes.

- un lien e du graphe de connectivité ;
- une puissance d'émission ;
- le schéma de codage et de modulation utilisé.

On dit que ce lien physique implémente le lien e . À chaque instant, la capacité globale d'un lien est la somme des débits associés aux liens physiques qui l'implémentent et sont activés sur chaque fréquence. De même, la puissance d'émission globale d'un nœud est la somme de celles des liens physiques activés sur l'ensemble des fréquences et dont il est l'origine. L'énergie globalement consommée par un nœud u est donc la somme des énergies consommées par les liens physiques activés sur chaque fréquence selon le modèle défini dans l'Hypothèse 8.

4.2.2 Calcul des compromis capacité-énergie

A chaque instant un ensemble indépendant est actif. Si dans les formulations du Chapitre précédent, un ensemble indépendant était la transcription exacte de l'état du réseau, il s'agit maintenant d'une vision agrégée. $I \in \mathcal{I}$ est un sous-ensemble de E composé des liens qui sont implémentés par au moins un lien physique. I est doté d'une fonction de capacité c_I représentant les consommations globales des liens telles que définies ci-dessus, et consomme une puissance globale $J(I)$ qui est la somme des consommation globales des nœuds. Cette notation pour la puissance globale n'est pas très heureuse puisqu'il s'agit d'une puissance et non d'une énergie. Mais elle permet d'éviter la confusion avec celle utilisée pour les chemins.

Comme dans le Chapitre précédent, l'ensemble indépendant I est activé pendant une durée

$w(I)$. Il transporte donc sur les liens $e \in I$ un nombre de bit correspondant à la capacité globale du lien, $c_I(e)$, multipliée par $w(I)$. De même, l'énergie consommée par l'activation de I est la puissance $J(I)$ multipliée par $w(I)$. Ainsi, taille de la période nécessaire à écouler la demande de trafic, donc l'inverse de la capacité du réseau, est toujours donnée par $\sum_{I \in \mathcal{I}} w(I)$, tandis que la consommation globale du réseau pendant cette période est $J = \sum_{I \in \mathcal{I}} J(I).w(I)$.

La génération des ensembles indépendants dans le processus de génération colonne est l'objet de la section suivante. Mais ce qui est remarquable ici, c'est qu'un même ensemble indépendant peut être implémenté par différentes combinaisons de liens physiques. En particulier, si les conditions de propagation et les gains de canal sont identiques sur toutes les fréquences, il suffit d'échanger les liens activés sur une fréquences avec ceux activés sur une autre pour obtenir une autre implémentation du même ensemble indépendant. C'est exactement le même principe que dans le problème de coloration. Pour calculer une solution optimale en capacité ou en énergie, il n'est pas utile de savoir exactement sur quelles fréquences ni comment sont activés les liens physiques. Seule importe la capacité globale des liens et la puissance consommée.

Il y a ici deux objectifs a priori contradictoire : la capacité maximale du réseau d'une part, sa consommation énergétique d'autre part. Il existe plusieurs manières d'aborder le compromis entre ces deux objectifs. Une solution répandue consiste à calculer des solutions optimisant une combinaison linéaire des deux objectifs : en étudiant $\alpha C + (1 - \alpha)J$ et en faisant varier α de 0 à 1, on obtient un certain nombre de compromis entre la capacité maximale et l'énergie minimale. Cependant, la signification d'une solution intermédiaire n'est pas très claire. Dans la suite, nous faisons le choix de construire le front de Pareto des solutions, c'est à dire de tracer l'ensemble des points (C, J) tels qu'il n'est pas possible d'améliorer l'une des composantes sans dégrader l'autre. Autrement dit, ce sont les solutions de capacité maximale consommant au plus J , ou les solutions optimales en énergie ayant une capacité d'au moins C . Etant donnée notre expression de la capacité, il s'agit dans les deux cas de contraintes de budget, sur l'énergie ou la longueur de la période.

On définit alors les programmes linéaires suivant qui calculent soit la capacité maximale d'un réseau sous contrainte d'un budget en énergie (Programme Linéaire 12), soit l'énergie minimale nécessaire sous contrainte d'un budget en temps pour la période (Programme Linéaire 13).

Programme linéaire 12

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{I \in \mathcal{I}} w(I) \\ \text{t.q.} \quad & \sum_{I \in \mathcal{I}} J(I).w(I) \leq J_{max} \\ \forall r \in V, \quad & \sum_{P \in \mathcal{P}_r} f(P) \geq d_r \\ \forall e \in E, \quad & \sum_{\substack{P \in \mathcal{P} \\ P \ni e}} f(P) \leq \sum_{\substack{I \in \mathcal{I} \\ e \in I}} c_I(e).w(I) \end{aligned}$$

Programme linéaire 13

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{I \in \mathcal{I}} J(I).w(I) \\ \text{t.q.} \quad & \sum_{I \in \mathcal{I}} w(I) \leq T_{max} \\ \forall r \in V, \quad & \sum_{P \in \mathcal{P}_r} f(P) \geq d_r \\ \forall e \in E, \quad & \sum_{\substack{P \in \mathcal{P} \\ P \ni e}} f(P) \leq \sum_{\substack{I \in \mathcal{I} \\ e \in I}} c_I(e).w(I) \end{aligned}$$

L'algorithme 3 permet alors de construire le front de Pareto. On note $LP12(J)$ la capacité optimale sous contrainte d'une énergie inférieure à J et $LP13(T)$ la consommation d'énergie minimale pour obtenir une capacité T . L'algorithme 3 exploite le fait que les programmes linéaires calculent des solutions optimales : une fois les extrémités du front déterminées (lignes 1 - 4), il

Algorithme 3 Calcul du front de Pareto Capacité-Énergie

Calcul de la solution de capacité maximale, optimisée en énergie

- 1: $T_{min} \leftarrow LP12(+\infty)$ ▷ Capacité optimale, sans contrainte d'énergie
- 2: $J(T_{min}) \leftarrow LP13(T_{min})$ ▷ L'énergie minimale pour obtenir la capacité maximale

Calcul de la solution d'énergie minimale, optimisée en capacité

- 3: $J_{min} \leftarrow LP13(+\infty)$ ▷ Énergie minimale, sans contrainte de capacité
- 4: $T(J_{min}) \leftarrow LP12(J_{min})$ ▷ Capacité optimale obtenue avec l'énergie minimale

Toute solution a une capacité moins bonne que T_{min} et une énergie supérieure à J_{min} .
Dépenser plus d'énergie que $J(T_{min})$ ne fera pas gagner en capacité.
Exiger moins de capacité que $T(J_{min})$ ne fera pas gagner d'énergie.
Le compromis entre ces deux extrêmes se calcule ensuite

- 5: **for** $J \in [J_{min} \dots J(T_{min})]$ **faire** ▷ On parcourt l'espace des budgets en énergie utiles
- 6: $T(J) \leftarrow LP12(J)$ ▷ On calcule la meilleure capacité qu'on puisse obtenir
- 7: **Renvoyer** $\{(J, T(J)), J \in [J_{min} \dots J(T_{min})]\}$

suffit de parcourir l'ensemble des valeurs possible du budget en énergie pour calculer la capacité optimale sous contrainte d'énergie. De manière équivalente, on aurait pu parcourir l'ensemble des budgets en capacité possible pour calculer les énergies correspondantes.

4.2.3 Contrôle de puissance continu et de débit

Si les Programmes Linéaires 12 et 13 sont très similaires au Programme Linéaire 7, l'espace des ensembles indépendants est bien plus grand du fait de la fonction de capacité et de la puissance globale consommée. La génération des ensembles en est d'autant plus complexes mais toujours guidée par les variables duales à chaque itération de la génération de colonnes.

L'introduction de la contrainte de budget en énergie dans le Programme Linéaire 12 change légèrement le dual pour faire apparaître explicitement le compromis entre capacité et énergie à l'échelle des ensembles indépendants. Les deux ensembles de variables duales, $\lambda : E \rightarrow \mathbb{R}$ et $\mu : V \rightarrow \mathbb{R}$ et les deux types de contraintes duales, indexées par les chemins et les ensembles indépendants, restent. Se rajoute simplement une variable duale, liée à la contrainte de budget, η . La contrainte liée aux chemins ne change pas comme on peut s'y attendre étant donné que le routage n'est pas directement lié à l'énergie. Par contre, la contrainte liée aux ensembles indépendants change. Le poids de l'ensemble indépendant, que l'on a vu être déterminant pour la capacité au Chapitre précédent, est contrebalancé par la puissance globale pondérée. Intuitivement, les liens sur lesquels il est critique de rajouter de la capacité auront des λ élevés qui compenseront le coût en puissance nécessaire. Si le budget en énergie devient serré, c'est η qui prendra des valeurs importantes, incitant à ne mettre de la capacité que sur des liens très « rentables ».

Programme linéaire 14 (Dual du Programme Linéaire 12)

$$\begin{aligned} \text{Maximiser} \quad & \sum_{p \in \mathcal{P}} d_r \cdot \mu(r) - \eta J_{max} \\ \text{t.q.} \quad & \sum_{e \in P} \lambda(e) \geq \mu(\mathcal{O}(P)), \forall P \in \mathcal{P} \\ & \sum_{e \in I} \lambda(e) \cdot c_I(e) - \eta J(I) \leq 1, \forall I \in \mathcal{I} \end{aligned}$$

Comme on l'a vu précédemment, la notion de lien en jeu dans la définition des ensembles indépendants est une agrégation des liens physiques activés sur les différents canaux. Sur un canal

donné, les liens physiques qui peuvent être activés simultanément doivent avoir des puissances d'émission telles que les seuils SINR du schéma de codage et de modulation choisis sont respectés.

Si l'on exprime ce choix conjoint de puissance et de schéma, on obtient un problème à la combinatoire très importante, insoluble pour des réseaux de plus que quelques nœuds. Une solution pour diminuer la complexité du problème, envisagée dans la littérature, considère un ensemble discret de puissances admissibles [74]. C'est assez efficace et certaines technologies n'ont effectivement accès qu'à un contrôle discret de leur puissance d'émission. C'est le cas de la norme GSM dans laquelle le contrôle de puissance des terminaux est pilotée par les stations de base [120]. Celles-ci indiquent aux terminaux d'augmenter ou diminuer leur puissance par paliers de 1 ou plusieurs dB . Il a par ailleurs été montré que quelques niveaux de puissances bien choisis sont suffisants pour obtenir les solutions optimales sous ces hypothèses [74].

Afin de prendre en compte efficacement un contrôle de puissance continu, nous allons exploiter la structure de coût convexe des schémas de codage et de modulation comme expliqué dans la Section précédente. La situation est rendue plus complexe par les interférences, mais il reste que plus la modulation permet un débit important plus son seuil SINR est élevé. Ainsi, si une équation de SINR est respectée pour la i^{eme} modulation, il est certain que celles des modulations précédentes le seront aussi. Il ne s'agit ainsi plus de « choisir » un schéma pour chaque lien mais, une fois les puissances affectées, d'utiliser le meilleur schéma possible. Il y aura donc une équation SINR similaire à celle du Programme Linéaire 10 par lien, par canal et par schéma. La capacité du lien physique défini de la sorte sera la somme des incréments de capacité fourni par chaque passage d'un schéma au suivant si sa contrainte SINR est respectée. Ces affectations de puissance et de schéma se font presque indépendamment sur chaque canal. Seule une contrainte relie les activations de liens physiques sur les différents canaux : la borne sur le cumul des puissances d'émission d'un nœud.

Globalement, cela s'exprime comme le Programme Linéaire 15 dans lequel on utilise les notations suivantes.

- L'ensemble des canaux est noté $\mathcal{K}$, un canal est noté $\kappa \in \mathcal{K}$.
- Il y a M schéma de codage et de modulation, ordonnés par débit, c_i et seuil SINR, σ_i croissants. Ainsi $0 < c_1 < \dots < c_i < \dots < c_M$ et $0 < \sigma_1 < \dots < \sigma_i < \dots < \sigma_M$.
- Le gain, système, antennes et canal compris, entre un émetteur u et un récepteur v sur le canal κ est noté $\gamma^\kappa(u, v)$.
- La plus grande puissance utilisable est notée $P_{max} = \max_u \{\bar{P}(u)\}$.
- La variable $c_\kappa(e)$ est le débit du lien e sur le canal κ .
- La variable $P_e^\kappa(u)$ est la puissance d'émission du nœud u sur le canal κ , $P_r(u)$ est la puissance consommée par u en réception, $J(u)$ sa puissance totale consommée.
- La variable $\Psi_\kappa^i(e) \in \{0, 1\}$ est une variable binaire indiquant si l'équation SINR du i^{eme} schéma de codage et de modulation est respectée ou non pour le lien e sur le canal κ .

On retrouve la contrainte d'exclusion mutuelle du Programme Linéaire 10. Elle est incontournable et signifie qu'on ne peut communiquer qu'avec un seul autre nœud sur un canal donné. Le modèle de consommation est celui choisi dans la Section précédente, avec un coût proportionnel à la puissance en émission et un coût fixe en réception.

Programme linéaire 15 (Ensembles indépendants avec contrôle de puissance continu)

$$\begin{aligned}
& \text{Max} \quad \sum_{\substack{e \in E \\ \kappa \in \mathcal{K}}} \lambda(e) \cdot c_\kappa(e) - \eta \sum_{u \in V} J(u) \quad t.q. \\
& \forall u \in V, \quad a(u) \cdot \sum_{\kappa \in \mathcal{K}} P_e^\kappa(u) + \sum_{\substack{v \in V \\ \kappa \in \mathcal{K} \\ i \leq M}} P_r(u) \Psi_\kappa^i(v, u) = J(u) \\
& \forall (u, v) \in E, i \leq M, \kappa \in \mathcal{K}, \quad P_e^\kappa(u) \cdot \gamma^\kappa(u, v) \geq \sigma_i \left(\sum_{w \neq u, v} P_t^k(w) \cdot \gamma^\kappa(w, v) + \mathcal{N}(v) \right) \\
& \quad \quad \quad - (1 - \Psi_\kappa^i(u, v)) n * P_{max} \\
& \forall u \in V, \kappa \in \mathcal{K}, \quad \sum_{\substack{v \in V \\ i \leq M}} \Psi_\kappa^i(u, v) + \sum_{\substack{w \in V \\ i \leq M}} \Psi_\kappa^i(w, u) \leq 1 \\
& \forall e \in E, \kappa \in \mathcal{K}, \quad c_\kappa(e) = \sum_{i \leq M} c_i \Psi_{(u, v), k}^i \\
& \forall u \in V, \quad \sum_{\kappa \in \mathcal{K}} P_e^\kappa(u) \leq \bar{P}(u)
\end{aligned}$$

La prise en compte du contrôle de puissance continu rend le calcul des ensembles indépendants nécessairement plus coûteux que les systèmes à puissance fixe, mais reste accessible. Sur des scénarios aléatoire d'une cinquantaine de nœuds, le modèle binaire prend quelques secondes à calculer, le modèle en SINR avec puissance et schéma de codage et modulation fixes est de l'ordre de la minute tandis qu'avec contrôle de puissance continu et sélection de schéma, les temps de calcul approchent de l'heure. Des perspectives quant à l'accélération de la résolution de ce modèle sont envisagées dans la section suivante.

4.3 Un regard critique sur nos modèles

L'augmentation, assez forte, du coût de résolution des modèles interroge nécessairement sur l'opportunité d'inclure un tel niveau de détail. En particulier, d'autres modèles ont été développés dans la littérature pour éviter de traiter le contrôle de puissance continu en ne sélectionnant qu'un ensemble discret de puissances [74]. Le contrôle de puissance continu est-il suffisamment intéressant pour justifier ce modèle ?

4.3.1 Apport du contrôle de puissance continu

La Figure 4.8 présente l'apport du contrôle continu de puissance quand un seul schéma de codage et de modulation est disponible sur des topologies aléatoires. Le gain en capacité est significatif mais pas très convainquant. Quand la puissance maximale des nœuds est faible, la contrôle de puissance permet d'améliorer la réutilisation spatiale dans le réseau et donne des gains de 15 à 20% . Dès que la puissance augmente, les gains chutent rapidement.

Par contre, le gain en énergie est non seulement important mais en plus croissant avec l'augmentation de la puissance autorisée. En effet, si l'on augmente la puissance d'émission des nœuds en puissance fixe, la consommation globale augmente linéairement alors qu'avec le contrôle de puissance, le système se contente des niveaux de puissance nécessaires à l'obtention de la capacité maximale.

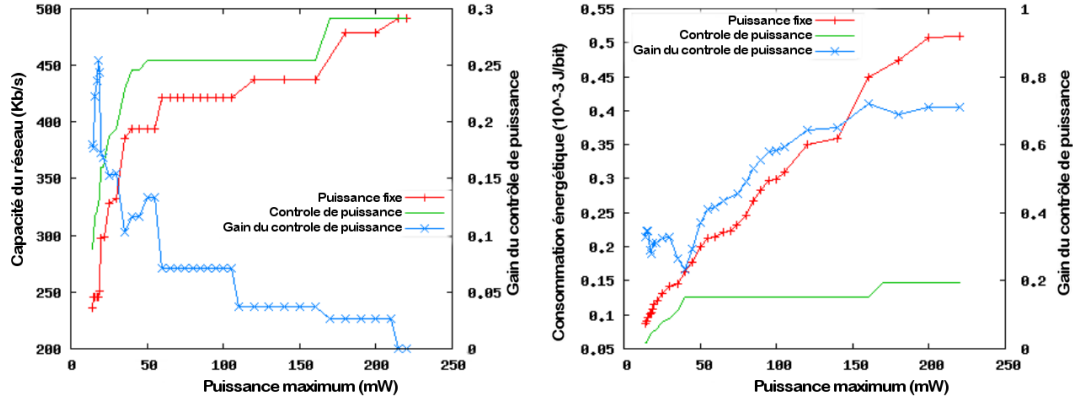


Fig. 4.8 – Gain du contrôle continu de puissance - un seul schéma

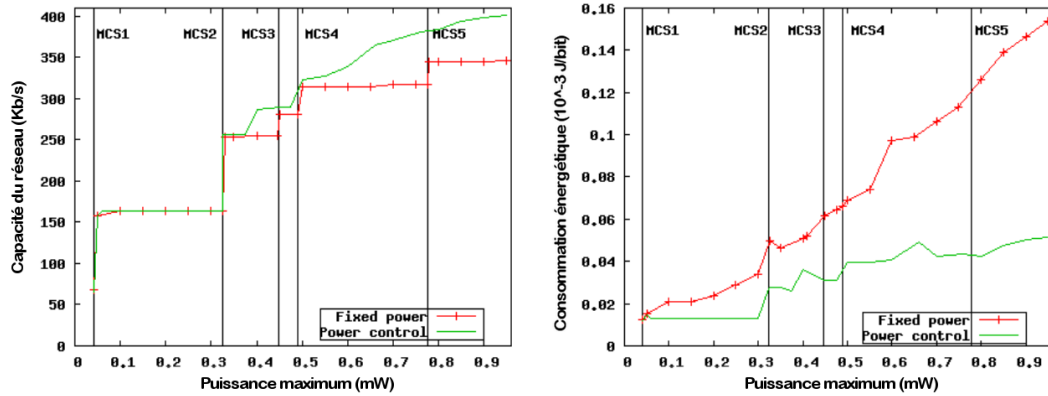


Fig. 4.9 – Gain du contrôle continu de puissance et de schéma

Le gain du contrôle de puissance est plus évident combiné avec l'utilisation de plusieurs schémas de codage et de modulation, comme illustré en la Figure 4.9. Dans la situation précédente la seule manière de gagner de la capacité est d'optimiser la réutilisation spatiale, donc de jouer sur les puissances pour limiter les interférences. Ici, il est en plus possible de différencier les débits des liens pour compenser le goulot d'étranglement que nous avons vu au Chapitre précédent. Ainsi le système peut concentrer des ressources sur les liens proches des points d'accès tout en continuant à activer des liens périphériques avec des schémas de modulation plus robustes et moins capacitifs. Le contrôle de puissance continu permet ainsi d'adapter plus efficacement le choix des schémas de modulation et d'atteindre des capacités plus fortes mais surtout en dépensant beaucoup moins d'énergie. La Figure 4.10 illustre ce phénomène en montrant comment évolue le front de Pareto entre consommation énergétique et capacité en fonction des schémas disponibles. C'est bien la combinaison des différents schémas, permise par le contrôle de puissance, qui donne les meilleures performances.

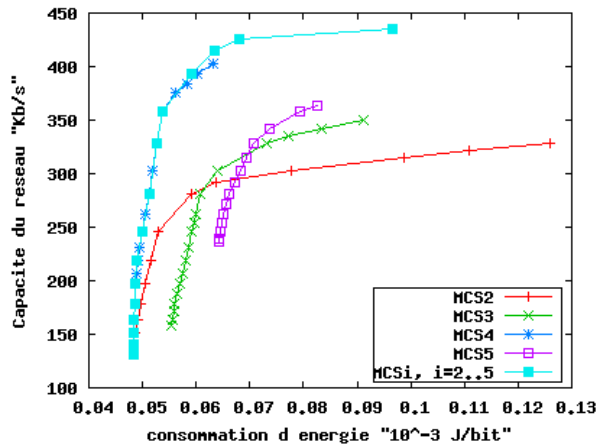


Fig. 4.10 – Compromis capacité-énergie

Bien d'autres résultats, que nous ne présentons pas ici, d'analyse des réseaux maillés peuvent être obtenus avec ces modèles. En particulier des études plus détaillées des paramètres qui influent sur le compromis capacité-énergie ainsi que la structure des routes employées sont au cœur de la thèse d'Anis Ouni [56]. Le caractère générique de la formulation, notamment l'utilisation d'une matrice de gain sur laquelle aucune hypothèse n'est faite, permet par ailleurs d'étudier les réseaux cellulaire hétérogènes. Dans ce cas, l'optimisation prend en compte l'ensemble des liens depuis le terminal jusqu'à la station de base qui fait office de passerelle [Ci12].

4.3.2 Comment aller plus vite

Au Chapitre précédent, l'expression du problème en coupe a été développée pour exploiter la structure convergente du trafic sur des goulots d'étranglement. Dans les scénarios considérés ici, le trafic est toujours convergent. Cependant, comme il a été remarqué en Section 3.3.2, l'optimisation du calcul en se limitant aux coupes proches des points d'accès suppose des capacités nominales uniformes. Or c'est précisément sur ce point que le contrôle de puissance et de schéma de codage et de modulation joue. Il est donc peu probable que la formulation en coupe soit très performante. Pour autant, une idée similaire permet d'accélérer grandement les calculs.

Telles que formulées, les équations SINR prennent en compte tous les nœuds du réseau dans le calcul d'interférences. Cependant, les phénomènes d'atténuations, surtout en environnement rendent la contribution des nœuds éloignées mineure voire négligeable, et ce d'autant plus que la densité des nœuds n'est pas particulièrement importante. Ainsi, on peut se limiter à prendre en compte les interférences de nœuds à proximité de la destination d'une transmission sans perdre beaucoup en précision. C'est d'ailleurs une approche assez classique dans les simulateurs de réseaux radio [72, 82].

Cela revient, in fine, à filtrer la matrice de gain de canal avec un seuil. En découplant les variables explicitement pour le logiciel de résolution, cela lui permet notamment d'optimiser les processus de branchement utilisés pour calculer les solutions entières. Dans un scénario comportant beaucoup d'obstacle et des conditions de propagation très défavorables (immeubles, environnement dynamique, etc.), cela peut avoir un impact important sur le temps de calcul.

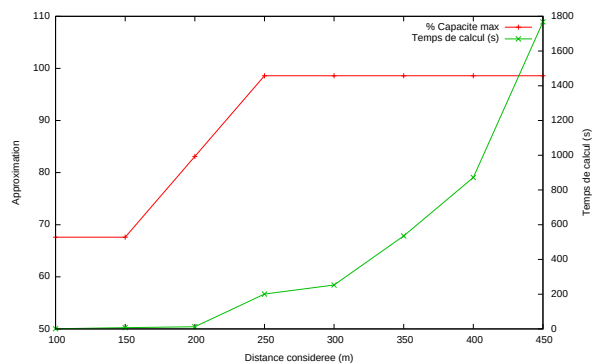


Fig. 4.11 – Accélération du calcul

En étudiant le Programme Linéaire 15, on peut imaginer une autre technique de filtrage, fonction des variables duales cette fois. En effet, la structure de la fonction objective et du calcul de J induit une notion de rentabilité des liens, avec le rapport entre λ et η . Plus leur ratio est élevé, plus il est intéressant d'activer le lien avec des schéma de codage et de modulation élevé. Il serait intéressant, mais pas fait à ce jour, d'exploiter cette valeur pour éliminer du calcul des liens dont on sait qu'ils ne seront pas activés, ou pour définir des heuristiques gloutonnes.

Par ailleurs, si l'on fait abstraction de la contrainte de puissance maximum de chaque nœud, ou que l'on suppose que les $\bar{P}$ sont très grands, on peut remarquer que rien ne lie les activations de liens physiques entre les différents canaux. Il s'agit en fait du même problème d'optimisation mono-canal résolu plusieurs fois simultanément. Cela induit des symétries qui peuvent rendre la résolution de ce programme linéaire difficile. En fait, la valeur optimale peut être trouvée

très rapidement en pratique par les logiciels de résolutions, mais la preuve que cette valeur est optimale peut elle prendre un temps de calcul bien plus important. Il serait intéressant d'arriver à une formulation qui n'exige pas d'identifier les canaux comme dans les problèmes de coloration de graphe. La formulation des interférences est cependant un écueil difficile à contourner pour y arriver.

4.3.3 Limites du modèle d'énergie

Le modèle de consommation énergétique utilisé ici considère que les nœuds ont une consommation nulle s'ils ne sont ni en réception, ni en émission. Cela ne correspond pas la réalité mais, si l'on considérait ce coût fixe dans le modèle, il s'agirait en fait de la composante constante b , du modèle affine présenté en Section 4.1. Ici, cela revient à rajouter une constante à la fonction objective, $n.\eta.b$. En d'autres termes, cela ne change en rien la structure des ensembles indépendants optimaux, si ce n'est les valeurs numériques. En cela, la façon d'exprimer le modèle d'énergie est valide. La courbe 4.10 indique que l'optimisation des puissances peut faire gagner un facteur 3 sur la consommation énergétique de l'émission, hors coût fixe.

Si on réintègre les coûts fixes dans l'évaluation, on s'aperçoit sur les Figures 4.2 et 4.3 que l'on ne joue que sur quelques pourcents de la consommation globale d'un nœud. L'impact de ces optimisations est donc, in fine, assez négligeable sur la consommation réelle du système. Cela ne diminue pas l'intérêt du mécanisme de contrôle continu de puissance, notamment parce qu'il contribue à répondre aussi à une autre problématique, celle des niveaux d'exposition subit par les personnes à proximité des eNodeB et de leurs terminaux. Une perspective intéressante consiste d'ailleurs à modifier le modèle d'optimisation pour ne plus se focaliser sur la consommation globale (donc sur la moyenne de la consommation des nœuds), mais sur les puissances maximum employées. Reste à définir quelle métrique est effectivement pertinente. S'il s'agit de la puissance instantanée globale de chaque nœud, elle est prise déjà en compte par la donnée de $\bar{P}$. S'il s'agit par contre des puissances cumulées en certains endroits, cela n'est pas directement pris en compte. Par contre, cela ressemble fortement à la minimisation des interférences et pourrait donc ne pas changer beaucoup la structure des solutions.

Pour espérer un gain significatif sur la consommation énergétique d'un réseau, il donc faut s'attaquer aux coûts fixes. Cela signifie éteindre des fonctionnalités des nœuds et donc remettre en cause l'Hypothèse 8. Cela fait partie des perspectives discutées dans le Chapitre suivant.

Chapitre 5

Discussion et perspectives

Il y a dix ans, on ne savait formuler correctement, avec des outils d’optimisation, les problématiques de capacité des réseaux multi-sauts. Seule une description simpliste de la physique des transmissions radio permettait de faire un lien avec le formalisme confortable de la théorie des graphes et de la combinatoire. Néanmoins, en dehors de quelques résultats très généraux, la vision qu’on obtenait du comportement des réseaux était fausse.

Pour s’affranchir de cette situation, il a fallu combiner deux démarches. D’une part, comprendre les propriétés structurelles des réseaux et leur combinatoire. C’est notamment la définition de la notion d’ensemble indépendant et l’intrication entre l’accès au média et le routage. D’autre part, interpréter le fonctionnement de la génération de colonnes en termes de réseau. Cela a permis de décomposer les problèmes et de circonscrire la description des interférences dans les programmes auxiliaires. En particulier, alors que le calcul des ensembles indépendants est difficile dans le cas général, il est biaisé par les variables duales dans le processus de génération de colonnes. Dans les situations de concentration ou diffusion de trafic qui nous intéressent, les phénomènes de goulot d’étranglement rendent le calcul bien plus rapide qu’attendu en théorie.

C’est grâce à cette approche duale que l’on a été capable de dépasser les limitations des hypothèses 5 et 6, ainsi que du modèle d’interférences binaires. Le modèle d’interférences SINR employé est maintenant extrêmement générique puisqu’il suppose seulement que l’on dispose des gains de canal, sans présupposer qu’il ait été obtenu par un modèle ou par une campagne de mesure.

De la même manière, la façon dont est exprimé le routage permet de le contraindre à respecter la structure que lui imposerait un protocole donné. C’est néanmoins une direction que nous avons peu explorée. L’une des difficultés est, parfois, de savoir comprendre et exprimer cette structure. En particulier, on ne sait pas avec quelles informations un algorithme distribué pourrait calculer les chemins constituant une solution optimale des modèles présentés ici. C’est le travail nécessaire pour passer d’une solution optimale à une implémentation pratique. Une approche intermédiaire consiste à observer ces solutions et comprendre ce qui décrit le mieux ces chemins. Cette stratégie a été menée dans le contexte du routage géographique pour les réseaux de capteurs [Ci16].

C’est une des premières limites que l’on peut voir aux modèles présentés dans cette thèse d’habilitation. Il y en a d’autres, présentées dans la Section 5.1 avec des pistes pour les dépasser. Par ailleurs, la situation technologique a évolué en dix ans. Notamment, la dichotomie entre réseaux opérés et réseaux spontanés, entre réseaux cellulaires et réseaux multi-saut, s’efface au profit d’architectures hybrides, dont certains enjeux sont présentés en Section 5.2. Plus largement, l’émergence des notions de « ville intelligente » fait apparaître la notion de « réseaux capillaires » qui donne corps à la dimension numérique des villes. La Section 5.3 présente les enjeux liés à l’usage des réseaux radio en milieu urbain. C’est le projet de recherche de l’équipe Inria URBANET que j’anime.

5.1 Les limites des modèles qu'il faut dépasser

Au delà de la possibilité de restreindre le routage ou de reconstruire les routes calculées en distribué, les hypothèses faites dans ces travaux posent certaines limites. En particulier, les hypothèses 1 et 2, qui nous permettent d'affirmer que le réseau fonctionne en régime permanent et périodique, nous éloignent le plus d'une situation réelle.

5.1.1 Trafic dynamique

L'hypothèse 1 limite l'étude du réseau à une situation où le trafic généré est un flux constant et ininterrompu. Lorsque l'on considère des réseaux de cœur, on peut estimer que le multiplexage d'un grand nombre de flux s'approche statistiquement de cette situation. Dans le cas des réseaux d'accès, la dynamique du trafic est beaucoup plus forte. Les modèles actuels peuvent s'envisager dans la logique historique des opérateurs de télécommunication, le dimensionnement au pire cas, ou en moyenne. Pour s'approcher d'une vision plus instantanée du trafic, il faut pouvoir exprimer une forme de dynamique qui est, a priori, contradictoire avec les outils d'optimisation centralisée. Une première approche pourrait être similaire à l'étude des graphes dynamiques et des réseaux tolérant les délais (DTN). Dans ce cas, on cherche à calculer un routage s'adaptant à l'évolution de la connectivité du réseau dont le calendrier est connu [Ci14]. En considérant que l'évolution du trafic est connue, une piste serait de calculer une séquence de configurations du réseau optimisant capacité et énergie. Il pourrait alors être possible d'intégrer des contraintes liant ces séquences, par exemple pour limiter l'instabilité du réseau. C'est une approche qui a été menée, avec des objectifs différents, pour la reconfiguration des réseaux optiques [63]. Ce type d'approche pourrait s'adapter aux évolutions lentes du volume de trafic, mais ne semble pas pertinent pour modéliser un trafic sporadique des utilisateurs.

5.1.2 Médium instable

L'hypothèse 2 dit que le médium est fiable et sans perte et qu'aucune information n'est perdue dans les buffers des routeurs. Modéliser les pertes dues à la saturation des buffers est encore impossible à ma connaissance en programmation linéaire. Cette partie de l'hypothèse sera difficilement contournée. La fiabilité du médium permet de modéliser le routage comme un flot et d'exprimer une notion de capacité sur les liens. C'est bien sûr très faux quand on parle de médium radio, très instable et sujet à des interférences extérieures. Il faudrait par ailleurs prendre en compte l'électronique des équipements, parfois peu fiable, en particulier dans le cas de nœuds à bas coût comme des capteurs. Dans une moindre mesure, la façon d'exprimer les communications dans le modèle SINR relève d'une approximation similaire. Lorsqu'on dit, en Section 2.3.2, qu'une transmission est réussie si le SINR dépasse le seuil défini, la réalité est en fait que la probabilité d'erreur est suffisamment faible pour être acceptable, mais elle n'est jamais nulle.

Une première difficulté consiste alors à avoir des modèles pertinents de l'impact de ces instabilités sur les communications. Une partie est absorbée par les schémas de codage, dont la redondance rend la transmission robuste aux erreurs de transmission. Cette redondance est simple à évaluer, prise en compte dans les seuils SINR, et avec un coût linéaire sur la capacité des liens. Des mécanismes de retransmission servent parfois à compenser des pertes trop fortes pour les schémas de codage. Au delà, la transmission est perdue. Le coût de retransmission et la probabilité de perte sont plus difficile à évaluer. La deuxième difficulté, et non la moindre, consiste ensuite à trouver un formalisme d'optimisation adapté à ces modèles. Un modèle simple pourrait peut être se traduire par une baisse de la capacité du lien, par exemple proportionnelle à la probabilité d'erreur. Mais cela ne permet pas d'exprimer la constatation expérimentale sui-

vante. Sans mécanisme de retransmission sur chaque lien, le taux de réception de paquets chute fortement lorsque les chemins se rallongent, au point qu’après quatre ou cinq sauts, il est quasiment nul. Ce genre de phénomènes n’est pas compatible avec la notion de flot telle que présentée dans cette thèse d’habilitation. Les flots avec perte semblent plus adaptés. Pour les définir, on se dote d’un facteur d’atténuation α sur chaque lien (la probabilité de succès ?) et lorsqu’un flot $f(u, v)$ est envoyé par u , la quantité reçue par v est $\alpha.f(u, v)$. La difficulté dans notre cas, vient du fait que ce facteur d’atténuation pourrait dépendre aussi des interférences intra et inter flot, et donc ne pas être compatible avec une génération de chemins telle qu’exprimée dans la génération de colonnes actuelle.

5.1.3 Coût fixes en énergie

L’hypothèse 8 suppose que les nœuds dont on cherche à optimiser la consommation énergétique sont toujours et complètement en fonctionnement. Cette hypothèse a du sens si l’on suppose qu’il y a en permanence des utilisateurs saturant le réseau. La seule variable d’ajustement de la consommation énergétique est alors la puissance de transmission. Les résultats obtenus au chapitre précédent montrent que les marges d’optimisation sont relativement faibles. Dans un contexte de réseau très dense, et en prenant en compte l’évolution journalière du trafic, il devient certain que des nœuds du réseau n’auront pas de trafic à collecter ou à diffuser. Il devient alors envisageable de s’affranchir de l’hypothèse 8 et d’éteindre partiellement certains de ces nœuds pour avoir un gain beaucoup plus significatif en énergie. En effet, les modèles d’énergie présentés en Figure 4.3 montrent bien que la majorité de la consommation réelle d’un nœud provient des coûts fixes qu’on ne peut s’épargner qu’en éteignant l’électronique. Les mécanismes d’allumage et d’extinction de parties de l’infrastructure ont fait l’objet d’une certaine attention récemment [Ci13]. Quelques modèles d’optimisation ont été produits pour estimer les gains potentiels en énergie, mais ils se limitent bien souvent à des architectures de réseaux cellulaires hétérogènes comme décrit dans la section suivante, et ne prennent pas en compte les enjeux de connectivité des réseaux maillés. Pour modéliser ces questions, il faudrait prendre en compte des délais d’allumage et d’extinction des nœuds dans les transitions entre les configurations des séquences adaptées aux évolutions du trafic évoquées plus haut.

5.1.4 Des outils d’optimisation plus sophistiqués

L’évolution du trafic, qu’il s’agisse de trafic sporadique ou de variations journalières, suit des échelles de temps plus grandes que la versatilité des liens. Dans ces deux cas pourtant, la difficulté est de prendre en compte des dynamiques temporelles sur les données d’entrée des problèmes. La question d’une certaine forme d’incertitude sur les paramètres d’un problème est étudiée par la communauté de recherche opérationnelle depuis longtemps. En 1955, Dantzig a posé les bases de l’optimisation dite « stochastique », c’est à dire en présence d’une perturbation stochastique des paramètres [134]. Pour affronter des dynamiques qui ne sont pas nécessairement stochastiques ou, du moins, dont on ne connaît pas les distributions, l’optimisation dite « robuste » a été définie en 1973 par Soyster [130]. Ces méthodologies sont prometteuses dans les cas qui nous concernent. Elles sont cependant encore difficile à manier, en particulier l’optimisation robuste [65], et les premières utilisations pour les réseaux apparaissent seulement [57, 55]. Il reste à se les approprier et à comprendre comment les adapter au contexte de l’optimisation de la capacité et de la consommation énergétique des réseaux.

Une dernière limite des modèles présentés est qu’ils ne calculent, en fait, qu’une relaxation linéaire du problème de partage des ressources. Dès le Chapitre 3, le temps a été modélisé par la pondération des ensembles indépendants. Les ressources temporelles étant des slots, cette pon-

dération est, au départ, entière mais a été relâchée. Une première méthode pour retrouver une solution entière consiste à arrondir les poids. Différentes manières d'arrondir existent, avec des performances variables, mais toutes ont l'inconvénient de ne pas garantir l'obtention d'une solution optimale. Pour cela, il faudrait mettre en place des techniques de recherche opérationnelle comme le Branch&Bound (ou ses variantes, Branch&Cut, Branch&Price).

5.2 Mono-saut ou multi-sauts ?

Pendant longtemps, il y a eu une dichotomie entre réseaux opérés, plutôt cellulaires et réseaux spontanés, notamment multi-sauts. Les réseaux cellulaires, principalement sous le contrôle d'opérateurs de télécommunication, sont standardisés par l'organisme 3GPP et sont structurés, historiquement, de manière hiérarchiques. Les réseaux multi-sauts spontanés plutôt issus de la communauté des réseaux de données sont standardisés par l'IEEE et ont pour principe, au contraire, une gestion décentralisée. La communauté académique porte un fort intérêt aux réseaux multi-sauts depuis de nombreuses années alors que les applications ont tardé à se concrétiser. Une partie des recherches sur les réseaux ad-hoc n'est jamais sortie des applications militaires et de sécurité civile qui les avaient initialement motivées. Les applications aux réseaux véhiculaires commencent à se concrétiser, mais cela reste balbutiant.

Une autre part s'est concentrée sur les réseaux de capteurs. On parle plus généralement d'applications M2M pour Machine-to-Machine. Des réseaux multi-sauts interconnectant des capteurs industriels et domotiques existent désormais. Pour autant, à part quelques déploiements de tests, les derniers appels d'offres portant sur le déploiement de réseaux de capteurs de télé-métrie à l'échelle d'une ville ont été gagnés par des architectures cellulaires adaptées. Certaines entreprises, même portées par des anciens académiques spécialisés dans les réseaux multi-sauts, abandonnent ce paradigme et déploient des capteurs connectés à un saut d'un relais. C'est notamment le cas des déploiements d'HiKoB¹ et de Worldsensing². Les arguments contre les architectures multi-sauts sont, souvent, autour de la fiabilité et du fonctionnement autonome, rendant un contrôle total sur le réseau impossible. Par ailleurs, le déploiement de la 4G laisse penser que des ressources de la 2G et la 3G pourraient servir au trafic M2M. Alors, les réseaux multi-sauts doivent-ils être cantonnés à des marchés de niche ?

Les communications multi-sauts semblent pourtant permettre une meilleure utilisation de la bande passante et une consommation d'énergie moins importante quand le réseau s'étend. S'il est fortement improbable qu'un réseau radio multi-sauts interconnecte seul un grand territoire, ces deux ressources sont rares et valent d'être préservées. Réduire l'écart entre les architectures cellulaires opérées et les réseaux multi-sauts spontanés pourrait permettre d'allier l'efficacité des premiers à la sobriété des seconds. Les réseaux maillés multi-sauts, comme ceux qui forment le cas d'étude des travaux de cette habilitation, sont dans cet entre-deux puisqu'ils interconnectent parfois des cellules. Mais, et c'est la vision que je défend avec URBANET, l'architecture qui a vocation à se développer est celle des « réseaux capillaires ».

Les réseaux capillaires utilisent des communications multi-sauts pour remplacer, ou étendre, le lien filaire ou radio mono-saut (cellulaire ou hotspot) entre les terminaux et l'infrastructure et couvrir l'espace urbain. Ils forment une nouvelle classe dans la hiérarchie des réseaux, comme le sont les LAN dans les bâtiments, les MAN pour l'interconnection des sites urbains, les WAN à plus grande échelle, etc. Cette classe ne se restreint pas à une technologie, éphémère par nature,

1. HiKoB est une start-up initiée notamment par deux anciens chercheurs du laboratoire CITI, Guillaume Chélias et Antoine Fraboulet.

2. Mischa Dohler, actuellement professeur à Kings College London était CTO de Worldsensing. Dans ses keynotes, il conseille aux académiques d'abandonner les réseaux de capteurs multi-sauts : « *M2M in Smart Grid & Smart Cities : Technologies, Standards, and Applications* », European Wireless 2013 <http://bit.ly/U6vx05>

mais regroupe toutes les utilisations possible : capteurs, diffusion de contenus à des véhicules intelligents, internet des objets pour la « maison intelligente », extension maillée du réseau cellulaire, etc. Il y a déjà certains équipements qui, selon les interfaces activées et les usages qui en sont faits, peuvent être terminaux d'un réseau d'accès, passerelle d'un réseau capillaire, ou simple nœud capillaire.

Les prémices de ces architectures hybrides sont présentes dans les architectures cellulaires hétérogènes. Une macro-cellule se voit renforcée ou étendue par des relais. On peut concevoir ces relais comme des micro-cellules, mais on peut aussi bien les voir comme un chemin à deux sauts entre les terminaux et la macro-cellule. Dès lors, le problème de l'attachement – un terminal doit-il envoyer son trafic via un relai ou directement à la macro-cellule – est une problématique de routage. Et la répartition de ressources entre la macro-cellule, les relais, et les terminaux se traite très bien avec les outils développés au chapitre précédent [Ci12]. L'extension de cette architecture aux réseaux capillaires est une tentative de réponse aux problématiques de saturation des infrastructures cellulaires en zone dense. La coopération entre terminaux pourrait permettre de transmettre le trafic par des routes alternatives au lien cellulaire. Une partie pourrait être agrégée entre les terminaux pour décroître le volume transmis sur le dernier lien. Une autre partie pourrait être redirigée vers d'autres passerelles comme des points d'accès wifi. Ces techniques de « soulagement » de l'infrastructure sont en particulier regardées lorsque les terminaux sont des véhicules [58] mais pourraient avoir du sens entre smartphones.

5.3 Réseaux radio urbains

Il y a dix ans, la densification urbaine pointait déjà l'importance d'infrastructures de collecte des réseaux d'accès utilisant des communications radio. L'argument principal était l'équipement des zones en développement, mais aujourd'hui ce mouvement de densification s'est accéléré. Depuis 2009, plus de la moitié de la population mondiale vit en zone urbaine. Cette proportion devrait passer à 60% d'ici à 2030 et dépasse déjà 75% dans les pays développés [71]. Parallèlement, l'environnement des citoyens se numérise progressivement par l'instrumentation de l'espace physique, la dématérialisation des services ou les nouvelles relations sociales. On assiste de fait à l'émergence d'un continuum entre espaces physique et numérique³.

La mutation à venir, c'est « l'homme connecté à la société numérique », qui est le titre du nouveau projet de recherche du laboratoire CITI. L'objet connecté est un sujet de recherche depuis longtemps, et il faut maintenant tenir compte de son usage et ses interactions avec l'Homme. Les communications entre ces objets et leurs utilisateurs n'ont de sens que parce qu'elles transportent des données et des services. La gouvernance de ces données, l'organisation des services qui en sont dérivés, notamment le compromis entre respect de la vie privée et personnalisation des services, conditionnent l'acceptation des technologies en jeu par les citoyens et l'usage qui en est fait. En particulier, les réseaux et les services, ne peuvent plus être étudiés seulement comme des objets technologiques, mais aussi comme des rouages de l'organisation de la société, donc des villes.

En particulier, les projets de « Ville Intelligente » fleurissent de toute part. Le moins que l'on puisse dire, c'est que la définition d'une ville intelligente est assez floue voire mouvante. Cependant une constante est qu'elle se fonde sur une « *ville numérique* », c'est à dire sur des mesures et interactions fines et massives avec l'environnement, les services et les citoyens. Cela

3. L'expression « *continuum entre espaces physique et numérique* » est à attribuer à Fabrice Valois, lors d'une conférence intitulée « L'homme numérique au cœur de la société numérique », que nous avons co-organisée dans le cadre de l'exposition universelle « Shanghai Expo 2010 »

implique la double nécessité d'un déploiement massif d'objets communicants fixes (capteurs, actionneurs ...) et d'une densification de terminaux mobiles (smartphones, véhicules intelligents, ...). On constate déjà une très forte croissance de la demande en trafic de données en mobilité, majoritairement due aux applications et qui n'est pas prête de s'arrêter [61].

La multiplication de ces réseaux radio, notamment en milieu urbain, et leur importance dans notre quotidien a pour conséquence le développement d'exigences sociétales importantes. La question de l'acceptabilité sociale de l'intrusion technologique est bien illustrée par le rapport complexe de la population aux implantations d'antennes relais au regard, à la fois, de la demande croissante de qualité de service et notamment de débit offert, et des enjeux de santé publique et des considérations environnementales. De même, l'émergence des applications « M2M », notamment de télémétrie et de mesures environnementales, créent des besoins en réseaux radio. Cela est d'autant plus vrai que l'enjeu de la capacité ne sera pas résolu sans une densification des infrastructures réseaux, notamment cellulaire, et que, se mêlant dans la société une forte défiance face à l'impact des ondes électromagnétique en termes de santé publique et une crispation sur les questions énergétiques.

Il faut pour cela prendre en compte l'impact de l'environnement urbain sur les réseaux, notamment les contraintes, usages et objectifs spécifiques à la ville. Ceux-ci correspondent parfois à des verrous scientifiques de notre domaine, mais ils sont plus souvent issus des recherches d'autres disciplines. En particulier, comprendre les questions urbanistiques, d'usage et d'acceptabilité des technologies, caractériser les topologies urbaines et le trafic généré par les applications dédiées aux villes intelligentes et intégrer les problématiques d'efficacité énergétiques est essentiel au réalisme des scénarios étudiés. Bien sûr, il n'y a pas de ville sans habitant. Ce dernier est un sujet central des problématiques de la ville numérique, qu'il s'agisse de mesurer l'usage fait des infrastructures urbaines, la collecte de données générées par les terminaux, ou la délivrance de services centrés sur l'utilisateur.

L'introduction des technologies de communication dans la gestion d'infrastructures urbaines et d'espaces collectifs de plus en plus multi-modaux, nécessite une adaptation rapide aux différents usages au cours de la journée et donc la conception de réseaux et de protocoles flexibles. Par ailleurs, la ville intelligente ne peut pas se réduire à une automatisation déshumanisée de la ville. Les applications fondées sur l'interaction avec les utilisateurs foisonnent, des réseaux sociaux aux systèmes de guidages corrigés en temps réel. De même, si les capteurs dédiés et déployés par des opérateurs sont toujours nécessaires à certaines applications, de nombreuses mesures peuvent être réalisées en s'appuyant sur la disponibilité de terminaux mobiles – plus de 80% de la population possédant un téléphone et les véhicules étant de plus en plus connectés. Face à ces nouveaux usages, le modèle classique client-serveur, ou terminal-cloud, et l'infrastructure cellulaire ne passent pas à l'échelle en terme de densité d'utilisateurs [64]. Il s'agit donc de fournir des infrastructures et des protocoles de collecte, d'agrégation et de diffusion d'information dont la pertinence géographique et temporelle est fonction de l'activité des utilisateurs.

Les technologies réseaux et les problématiques rencontrées par les réseaux capillaires sont en partie étudiées dans la littérature. Cependant, les caractéristiques des réseaux (régularité, homogénéité, dynamiques, ...), les contextes considérés (médium, déploiement, ...) et les méthodes appliquées (analyses asymptotiques, méthodes stochastiques, ...) traditionnellement sont trop génériques, et les plateformes d'expérimentation ne suffisent pas. De ce fait, les solutions proposées ne sont pas nécessairement efficaces face aux enjeux réels des réseaux capillaires urbains.

Pour résumer très rapidement les objectifs de l'équipe URBANET, il s'agit de contribuer à l'étude des réseaux capillaires dans trois directions :

- caractériser les réseaux urbains et leurs usages ;
- développer et évaluer des protocoles adaptés ;
- optimiser le déploiement et l'exploitation des infrastructures.

Ma contribution personnelle dans cette équipe concerne principalement l'étude des architectures de réseau capillaires, avec la thèse de Trista Lin et l'implication dans l'Inria Project Lab SmartCities et l'EquipEx SenseCity, et l'optimisation des réseaux cellulaires hétérogènes, avec la thèse de Soukaina Cherkaoui. Je la construirai en m'appuyant sur les évolutions des techniques de modélisation et d'optimisation décrites précédemment, mais aussi sur une méthodologie plus classique en réseau combinant simulations et expérimentations. Les résultats d'optimisation ont vocation à permettre une meilleure compréhension du fonctionnement des réseaux capillaires et guider le développement de protocoles adaptés aux exigences de l'environnement urbain. Par ailleurs, le LabEx « Intelligences des Mondes Urbains » est le cadre adéquat pour développer des interactions transdisciplinaires avec des urbanistes, sociologues, économistes, etc. C'est une opportunité rare de s'enrichir de leur compréhension de la ville et la société numérique et de leurs regards (parfois très) différents. En espérant faire émerger des problématiques et des approches nouvelles.

Bibliographie

Bibliographie personnelle

Articles disponibles sur: <http://perso.citi-lab.fr/hrivano/Biblio/>

— Thèse —

- [T1] Hervé Rivano. *Algorithmique et télécommunications : Coloration et multiflot approchés et applications aux réseaux d'infrastructure*. These, Université de Nice Sophia-Antipolis, November 2003. Mention très honorable. Finaliste français du Prix jeune chercheur ERCIM Cor Baayen 2005.

— Revues internationales avec comité de lecture —

- [Ri2] Anis Ouni, Hervé Rivano, Fabrice Valois, and Catherine Rosenberg. Energy and Throughput Optimization of Wireless Mesh Network with Continuous Power Control. Research report, Inria, March 2013. Under revision at IEEE Transaction on Wireless Communications.
- [Ri3] Florian Huc, Claudia Linhares Sales, and Hervé Rivano. The Proportional Coloring Problem : Optimizing Buffers in Radio Mesh Networks. *Discrete Mathematics, Algorithms and Applications (DMAA)*, 2012.
- [Ri4] Christelle Caillouet, Stéphane Pérennes, and Hervé Rivano. Framework for Optimizing the Capacity of Wireless Mesh Networks. *Computer Communications*, 34(13) :1645–1659, August 2011.
- [Ri5] Hervé Rivano, Fabrice Theoleyre, and Fabrice Valois. A Framework for the Capacity Evaluation of Multihop Wireless Networks. *Ad Hoc and Sensor Wireless networks (AHSWN)*, 9(3-4) :139–162, January 2010.
- [Ri6] I. Caragiannis, Afonso Ferreira, C. Kaklamanis, Stéphane Pérennes, and Hervé Rivano. Fractional Path Coloring in Bounded Degree Trees with Applications. *Algorithmica*, 58(2) :516–540, 2010.
- [Ri7] David Coudert, Napoleão Nepomuceno, and Hervé Rivano. Power-Efficient Radio Configuration in Fixed Broadband Wireless Networks. *Computer Communications*, 33(8) :898–906, 2010.
- [Ri8] David Coudert, P. Datta, Stéphane Pérennes, Hervé Rivano, and Marie-Emilie Voge. Shared Risk Resource Group : Complexity and Approximability issues. *Parallel Processing Letters*, 17(2) :169–184, 2007.
- [Ri9] Ioannis Caragiannis, Afonso Ferreira, Christos Kaklamanis, Stéphane Pérennes, Pino Persiano, and Hervé Rivano. Approximate Constrained Bipartite Edge Coloring. *Discrete Applied Mathematics*, 143(1-3) :54–61, 2004.
- [Ri10] Afonso Ferreira, Stéphane Pérennes, A. W. Richa, Hervé Rivano, and N. Stier Moses. Models, Complexity and Algorithms for the Design of Multi-fiber WDM Networks. *Telecommunication Systems*, 24(2) :123–138, 2003.
- [Ri11] A. Ferreira, Jérôme Galtier, J.-N. Petit, and Hervé Rivano. Re-routing algorithms in a meshed satellite constellation. *Annales des Télécommunications*, 56(3/4) :169–174, 2001.

- [Ci12] A. Ouni, H. Rivano, and A. Saadani. Energy and throughput optimization for relay based heterogeneous networks. In *Wireless Days 2013*, Valencia, Spain, November 2013.
- [Ci13] Iulia Tunaru, Hervé Rivano, and Fabrice Valois. WSN-inspired Sleep Protocols for Heterogeneous LTE Networks. In *PE-WASUN - 10th ACM International Symposium on Performance Evaluation of Wireless Ad Hoc, Sensor, and Ubiquitous Networks*, pages 1–8, Barcelona, Spain, November 2013.
- [Ci14] Guilherme Amantea, Hervé Rivano, and Alfredo Goldman. A Delay-Tolerant Network Routing Algorithm Based on Column Generation. In *The 12th IEEE International Symposium on Network Computing and Applications (NCA 2013)*, Cambridge, MA, United States, August 2013. IEEE.
- [Ci15] Isabelle Augé-Blum, Khaled Boussetta, Hervé Rivano, Razvan Stanica, and Fabrice Valois. Capillary Networks : A Novel Networking Paradigm for Urban Environments. In *ACM CoNext workshop Urbane*, Nice, France, December 2012.
- [Ci16] Ibrahim Amadou, Anis Ouni, Hervé Rivano, and Fabrice Valois. Energy-efficient Relay Selection Schemes for Contention-based Geographic Forwarding. In *IFIP Wireless Days 2012*, Dublin, Ireland, November 2012.
- [Ci17] Anis Ouni, Hervé Rivano, and Fabrice Valois. Wireless Mesh Networks : Energy - Capacity Tradeoff and Physical Layer Parameters. In *22nd IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, Toronto, Canada, September 2011. IEEE.
- [Ci18] Anis Ouni, Hervé Rivano, and Fabrice Valois. On the Capacity and Energy Trade-off in LTE-like Network. In *the 2011 IEEE 73rd Vehicular Technology Conference (IEEE VTC2011-Spring)*, Budapest, Hongrie, May 2011.
- [Ci19] David Lopez-Perez, Akos Ladanyi, Alpar Jüttner, Hervé Rivano, and Jie Zhang. Optimization Method for the Joint Allocation of Modulation Schemes, Coding Rates, Resource Blocks and Power in Self-Organizing LTE Networks. In *30th IEEE International Conference on Computer Communications (IEEE INFOCOM 2011) mini-conf*, Shanghai, Chine, April 2011.
- [Ci20] Anis Ouni, Hervé Rivano, and Fabrice Valois. Capacity of wireless mesh networks : determining elements and insensible characters. In *PlanNet 2010, International Workshop on Planning and Optimization of Wireless Communication Networks (IEEE WCNC2010 Workshop)*, Sydney, Australie, April 2010.
- [Ci21] Christelle Caillouet, Nicolas Nisse, Florian Huc, Stéphane Pérennes, and Hervé Rivano. Stability of a Localized and Greedy Routing Algorithm. In *12th IEEE Workshop in Parallel and Distributed Computational Models (IEEE APDCM 2010), in conjunction with IPDPS 2010*, Atlanta, États-Unis, 2010. IEEE.
- [Ci22] Christelle Caillouet, Stéphane Pérennes, and Hervé Rivano. Cross Line and Column Generation for the Cut Covering Problem in Wireless Networks. In *International Symposium on Combinatorial Optimization (ISCO 2010)*, volume 36, pages 255–262, Hammamet, Tunisie, 2010. Elsevier.
- [Ci23] Jean-Claude Bermond, David Coudert, Joanna Moulhierac, Stéphane Pérennes, Hervé Rivano, Ignasi Sau, and Fernando Solano Donado. MPLS label stacking on the line network. In Springer, editor, *IFIP Networking*, LNCS 5550/2009, pages 809–820, Aachen, Allemagne, 2009.
- [Ci24] Jean-Claude Bermond, Nicolas Nisse, Patricio Reyes, and Hervé Rivano. Minimum delay Data Gathering in Radio Networks. In *8th international conference on Ad Hoc Networks and Wireless (AdHoc-Now)*, volume 5793 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 69–82, Murcia, Espagne, 2009. Springer Verlag.
- [Ci25] David Coudert, Napoleao Nepomuceno, and Hervé Rivano. Minimizing Energy Consumption by Power-Efficient Radio Configuration in Fixed Broadband Wireless Networks. In *1st IEEE WoWMoM Workshop on Hot Topics in Mesh Networking (HotMESH)*, Kos, Grèce, 2009. IEEE.
- [Ci26] Christelle Molle, Fabrice Peix, Stéphane Pérennes, and Hervé Rivano. Optimal Routing and Call Scheduling in Wireless Mesh Networks with Localized Information. In C. Kaklamanis and F. Nielson, editors, *the fourth Symposium on Trustworthy Global Computing (TGC 2008)*, volume 5474 of *LNCS*, pages 171–185, Barcelona, Espagne, November 2008.

- [Ci27] Christelle Molle, Fabrice Peix, and Hervé Rivano. An optimization framework for the joint routing and scheduling in wireless mesh networks. In *Proc. 19th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC'08)*, pages O84–2, Cannes, France, September 2008.
- [Ci28] Florian Huc, Claudia Linhares Sales, and Hervé Rivano. The Proportional Colouring Problem : Optimizing Buffers in Radio Mesh Networks. In *The IV Latin-American Algorithms, Graphs, and Optimization Symposium (LAGOS 07)*, volume 30 of *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, pages 141–146, Puerto Varas, Chili, February 2008.
- [Ci29] Cristiana Gomes, Gurvan Huiban, and Hervé Rivano. A Branch-and-Price Approach to the Bandwidth Allocation Problem in Wireless Networks. In *International Symposium on Combinatorial Optimization (CO)*, page 44, Coventry, Royaume-Uni, 2008. Abstract.
- [Ci30] Cristiana Gomes, Stéphane Pérennes, and Hervé Rivano. Bottleneck Analysis for Routing and Call Scheduling in Multi-hop Wireless Networks. In *4th IEEE Workshop on Broadband Wireless Access (BWA)*, pages –, New-Orleans, US, France, 2008.
- [Ci31] Cristiana Gomes, Christelle Molle, Patricio Reyes, and Hervé Rivano. Models for Optimal Wireless Mesh Network Design. In *The 22nd European Conference on Operational Research (EURO XXII)*, Prague, Tchèque, République, 2007.
- [Ci32] David Coudert, Stéphane Pérennes, Hervé Rivano, and Marie-Emilie Voge. Shared Risk Resource Groups and Survivability in Multilayer Networks. In *International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*, volume 3, pages 235 – 238, Nottingham, Royaume-Uni, 2006. IEEE / LEOS.
- [Ci33] Hervé Rivano, Fabrice Theoleyre, and Fabrice Valois. Capacity Evaluation Framework and Validation of Self-Organized Routing Schemes. In IEEE, editor, *International Workshop on Wireless Ad-hoc and Sensor Networks*, volume 3, pages 779–785, New-York, États-Unis, 2006.
- [Ci34] Claude Chaudet, Eric Fleury, Isabelle Guerin-Lassous, Hervé Rivano, and Marie-Emilie Voge. Optimal positioning of active and passive monitoring devices. In *CoNEXT 2005*, pages –, Toulouse, France, October 2005.
- [Ci35] Afonso Ferreira, Stéphane Pérennes, A. W. Richa, Hervé Rivano, and N. Stier Moses. Models, complexity and algorithms for the design of multifiber WDM networks. In *10th International Conference on Telecommunications, 2003 (ICT 2003)*, pages 12–18, France, February 2003.
- [Ci36] M. Bouklit, David Coudert, Jean-François Lalande, C. Paul, and Hervé Rivano. Approximate Multicommodity Flow for WDM Networks Design. In *SIROCCO'03 : Colloquium on Structural Information and Communication Complexity*, pages pp. 43–56, Umeå (Sweden), 2003. Carleton Scientific. June 19-21.
- [Ci37] David Coudert, Hervé Rivano, and Xavier Roche. A Combinatorial Approximation Algorithm for the Multicommodity Flow Problem. In *International Workshop on Approximation and Online Algorithms (WAOA'03)*, volume 2909 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 193–230, Budapest, Hongrie, 2003. Springer.
- [Ci38] David Coudert and Hervé Rivano. Lightpath assignment for multifibers WDM networks with wavelength translators. In *IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom'02)*, volume 3, pages 2686 – 2690, Taipei, Taïwan, Province De Chine, 2002. IEEE.
- [Ci39] Ioannis Caragiannis, Afonso Ferreira, Christos Kaklamanis, Stéphane Pérennes, and Hervé Rivano. Fractional path coloring on bounded degree trees. In F. Orejas, P. G. Spirakis, and J. van Leeuwen, editors, *Proceedings of the 28th ICALP*, volume 2076 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 732–743, Grèce, July 2001.

— Conférences nationales —

- [Cn40] Anis Ouni, Hervé Rivano, and Fabrice Valois. Réduction de la consommation d'énergie des réseaux cellulaires hétérogènes. In Nicolas Nisse, Franck Rousseau, and Yann Busnel, editors, *15èmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications (AlgoTel)*, pages 1–4, Pornic, France, May 2013.
- [Cn41] Trista Lin, Frédéric Le Mouël, and Hervé Rivano. Smart On-Street Parking Assistance System. In *Journée Systèmes Embarqués (SEmba)*, Saint Germain au Mont d'Or, France, April 2013. Poster.

- [Cn42] Anis Ouni, Hervé Rivano, and Fabrice Valois. Apport du contrôle de puissance et de modulation aux réseaux radio maillés. In Fabien Mathieu and Nicolas Hanusse, editors, *14èmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications (AlgoTel)*, pages 1–4, La Grande Motte, France, June 2012.
- [Cn43] Anis Ouni, Hervé Rivano, and Fabrice Valois. Capacité de réseaux maillés sans fil : éléments déterminants et caractères insensibles. In Frédéric Giroire and Dorian Mazauric, editors, *11es Journées Doctorales en Informatique et Réseaux (JDIR)*, Sophia Antipolis, France, 2010.
- [Cn44] Jean-Claude Bermond, Nicolas Nisse, Patricio Reyes, and Hervé Rivano. Fast Data Gathering in Radio Grid Networks. In Augustin Chaintreau and Clemence Magnien, editors, *AlgoTel*, Carry-Le-Rouet, France, 2009.
- [Cn45] David Coudert, Napoleão Nepomuceno, and Hervé Rivano. Joint Optimization of Routing and Radio Configuration in Fixed Wireless Networks. In Augustin Chaintreau and Clemence Magnien, editors, *AlgoTel*, Carry-Le-Rouet, France, 2009.
- [Cn46] Christelle Molle, Fabrice Peix, Stéphane Pérennes, and Hervé Rivano. Formulation en Coupe/Rounds pour le Routage dans les réseaux radio maillés. In *10èmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques de Télécommunications*, pages 97–100, St Malo, France, May 2008.
- [Cn47] Christelle Molle, Fabrice Peix, and Hervé Rivano. Génération de colonnes pour le routage et l'ordonnancement dans les réseaux radio maillés. In *Colloque Francophone sur l'Ingénierie des Protocoles (CFIP)*, pages 119–130, Les Arcs, France, March 2008.
- [Cn48] Cristiana Gomes, Stéphane Pérennes, Patricio Reyes, and Hervé Rivano. Bandwidth Allocation in Radio Grid Networks. In *10èmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques de Télécommunications (AlgoTel'08)*, pages –, Saint Malo, France, 2008.
- [Cn49] Cristiana Gomes, Christelle Molle, Patricio Reyes, and Hervé Rivano. Placement Optimal de points d'accès dans les réseaux radio maillés. In *9ème Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications*, pages 117–120, Ile d'Oléron, France, 2007.
- [Cn50] Claude Chaudet, Eric Fleury, Isabelle Guerin-Lassous, Hervé Rivano, and Marie-Emilie Voge. Surveillance passive dans l'Internet. In *Septièmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications (AlgoTel'05)*, pages 121–124, Presqu'île de Giens, France, May 2005.
- [Cn51] Hervé Rivano, Fabrice Theoleyre, and Fabrice Valois. Influence de l'auto-organisation sur la capacité des réseaux ad hoc. In *Rencontres Françaises sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications (AlgoTel)*, Presqu'île de Giens, France, 2005.
- [Cn52] M. Bouklit, David Coudert, Jean-François Lalande, and Hervé Rivano. Approximation Combinatoire de Multiflot Factionnaire : Améliorations. In *AlgoTel'03 : 5ièmes Rencontres Francophones sur les Aspects ALGOritmiques des TELécommunications*, page P nd., Banyuls-sur-Mer (France), 2003. 12-13 mai.
- [Cn53] Afonso Ferreira, Stéphane Pérennes, A. W. Richa, Hervé Rivano, and N. Stier Moses. On the design of multifiber WDM networks. In *Algotel'02*, pages 25–32, Mèze, France, May 2002.
- [Cn54] David Coudert and Hervé Rivano. Routage optique dans les réseaux WDM multifibres avec conversion partielle. In *Quatrièmes Rencontres Francophones sur les aspects Algorithmiques des Télécommunications (AlgoTel)*, pages 17–24, Mèze, France, 2002.

Miscellaneous

- [55] G. Classen, D. Coudert, A. M.C.A. Koster, and N. Nepomuceno. Chance-constrained optimization of reliable fixed broadband wireless networks. *INFORMS Journal of Computing*, 2014, to appear.
- [56] A. Ouni. *Optimisation de la capacité et de la consommation énergétique dans les réseaux maillés sans fil*. PhD thesis, Ecole doctorale IM, INSA Lyon, dec 2013.
- [57] C. Caillouet, D. Coudert, and A. Kodjo. Robust optimization in multi-operators microwave backhaul networks. In *IEEE Global Information Infrastructure and Networking Symposium (GIIS)*, pages 1–6, Trento, Italy, October 2013.

- [58] Francesco Malandrino, Claudio Casetti, Carla-Fabiana Chiasserini, and Marco Fiore. Optimal Content Downloading in Vehicular Networks. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 12(7), July 2013.
- [59] Pierre-Olivier Bauguion, Walid Ben-Ameur, and Eric Gourdin. A new model for multicommodity flow problems, and a strongly polynomial algorithm for single-source maximum concurrent flow. In *INOC '13 : International Network Optimization Conference*, volume 41, pages 311–318, Tenerife, Espagne, 2013. Elsevier. 13430 13430.
- [60] Jeffrey G. Andrews, Holger Claussen, Mischa Dohler, Sundeep Rangan, and Mark C. Reed. Femtocells : Past, Present, and Future. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 30(3) :497–508, 2012.
- [61] Cisco. Visual Networking Index : Global Mobile Data Traffic Forecast Update, 2011–2016. White Paper, 2012.
- [62] European Community FP7. Earth Preject. <http://www.ict-earth.eu/>, 2012.
- [63] N. Cohen, D. Coudert, D. Mazaauric, N. Nepomuceno, and N. Nisse. Tradeoffs in process strategy games with application in the WDM reconfiguration problem. *Theoretical Computer Science (TCS)*, 412(35) :4675–4687, August 2011.
- [64] M. Dohler, R.W. Heath, A. Lozano, C.B. Papadias, and R.A. Valenzuela. Is the phy layer dead ? *Communications Magazine, IEEE*, 49(4) :159–165, April 2011.
- [65] D. Bertsimas, D. Brown, and C. Caramanis. Theory and applications of robust optimization. *SIAM Review*, 53(3) :464–501, 2011.
- [66] N. Nepomuceno. *Network optimization for wireless microwave backhaul*. PhD thesis, Ecole doctorale STIC, Université de Nice-Sophia Antipolis, dec 2010.
- [67] J-C. Bermond and M-L. Yu. Optimal gathering algorithms in multi-hop radio tree networks with interferences. *Ad Hoc and Sensor Wireless Networks*, 9(1-2) :109–128, 2010.
- [68] A. Capone, G. Carello, I. Filippini, S. Gualandi, and F. Malucelli. Routing, scheduling and channel assignment in wireless mesh networks : Optimization models and algorithms. *Ad Hoc Networks*, 8(6) :545–563, 2010.
- [69] A. Capone, G. Carello, I. Filippini, S. Gualandi, and F. Malucelli. Solving a resource allocation problem wireless mesh networks : A comparison between cp-based and a classical column generation. *Networks*, 55(3) :221–233, 2010.
- [70] Jun Luo, Catherine Rosenberg, and André Girard. Engineering Wireless Mesh Networks : Joint Scheduling, Routing, Power Control, and Rate Adaptation. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 18(5) :1387–1400, 2010.
- [71] UNO Economic and Social Affairs. World Urbanization Prospects The 2009 Revision. Technical report, United Nations, 2010.
- [72] E. B. Hamida, G. Chelius, and J.-M. Gorce. Impact of the physical layer modeling on the accuracy and scalability of wireless network simulation. *Simulation*, 85(9) :574–588, September 2009.
- [73] P. Reyes. *Data Gathering in Radio Networks*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis (UNS), August 2009.
- [74] J. Luo, A. Girard, and C. Rosenberg. Efficient algorithms to solve a class of resource allocation problems in large wireless networks. In *WiOpt*, June 2009.
- [75] M. Marsan, L. Chiaraviglio, D. Ciullo, and M. Meo. Optimal energy savings in cellular access networks. In *GreenComm'09 - First International Workshop on Green Communications*, Dresden, Germany, June 2009.
- [76] F. Khan. *LTE for 4G Mobile Broadband, Air interface Technologies and Performance*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2009.
- [77] R. Klasing, N. Morales, and S. Pérennes. On the complexity of bandwidth allocation in radio networks. *Theoretical Computer Science*, 406(3) :225–239, October 2008.
- [78] E. Amaldi, A. Capone, M. Cesana, I. Filippini, and F. Malucelli. Optimization models and methods for planning wireless mesh networks. *Computer Networks*, 52(11) :2159–2171, August 2008.

- [79] Zhen Wang, Hamid R. Sadjapour, and J.J. Garcia-Luna-Aceves. A unifying perspective on the capacity of wireless ad hoc networks. In *INFOCOM*, pages 753–761, Phoenix, USA, May 2008. IEEE.
- [80] A Iyer, C Rosenberg, and A Karnik. Throughput-Optimal Configuration of Fixed Wireless Networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 16(5) :1161–1174, 2008.
- [81] John G. Proakis and Masoud Salehi. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 5th edition, 2008.
- [82] E. M. Ould-Ahmed-Vall, G. F. Riley, and B. S. Heck. Large-scale sensor networks simulation with gtsnets. *Simulation*, 83(3) :273–290, March 2007.
- [83] J. G. Andrews, A. Ghosh, and R. Muhamed. *Fundamentals of Wimax, Understanding Broadband Wireless Networking*. Prentice Hall, Massachusetts, U.S.A, 2007.
- [84] G. Carello, I. Filippini, S. Gualandi, and F. Malucelli. Scheduling and routing in wireless multi-hop networks by column generation. In *INOC*, 2007.
- [85] S. Plancoulaine, A. Bachir, and D. Barthel. WSN node energy dissipation. Technical report, Orange labs, July 2006.
- [86] J-C. Bermond, J. Galtier, R. Klasing, N. Morales, and S. Pérennes. Hardness and approximation of gathering in static radio networks. *Parallel Processing Letters*, 16(2) :165–183, 2006.
- [87] Antoine Gallais, Jean Carle, David Simplot-Ryl, Hervé Parvery, and Jean-Marie Gorce. Efficiency Impairment of Wireless Sensor Networks Protocols under Realistic Physical Layer Conditions. In *10th IEEE International Conference on Communication Systems (ICCS 2006)*, Singapore, Singapore, 2006.
- [88] Michel Minoux. Multicommodity network flow models and algorithms in telecommunications. In P. Pardalos and M. Resende, editors, *Handbook of Optimization in Telecommunications*, pages 163–184. Springer, New York, 2006.
- [89] S. Mukherjee and H. Viswanathan. Throughput-range tradeoff of wireless mesh backhaul networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 24(3) :593–602, 2006.
- [90] Fabrice Theoleyre and Fabrice Valois. Virtual structure routing in ad hoc networks. In *International Conference on Communications (ICC)*, volume 2, pages 3078–3082, Seoul, Korea, May 2005. IEEE.
- [91] Alexander Zemlianov and Gustavo De Veciana. Capacity of ad hoc wireless networks with infrastructure support. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 23(3) :657–667, March 2005.
- [92] I.F. Akyildiz, X. Wang, and W. Wang. Wireless mesh networks : a survey. *Computer Networks*, 47(4) :445–487, 2005.
- [93] M. Kodialam and T. Nandagopal. On the capacity region of multi-radio multi-channel wireless mesh networks. In *IEEE WiMesh*, 2005.
- [94] Anil Kumar, Madhav Marathe, Srinivasan Parthasarathy, and Aravind Srinivasan. Algorithmic aspects of capacity in wireless networks. *ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review*, 33(1) :133–144, 2005.
- [95] J. Zhang, H. Wu, Q. Zhang, and B. Li. Joint routing and scheduling in multi-radio multi-channel multi-hop wireless networks. In *IEEE BROADNETS*, pages 678–687, 2005.
- [96] O. Dousse, M. Franceschetti, D. Tse, and P. Thiran. Closing the gap in the capacity of random wireless networks. In *IEEE ISIT*, 2004.
- [97] R. K. Kave, R. Khalili, and K. Salamatian. Evaluation of packet error rate in wireless networks, 2004.
- [98] Lin Xiao, Mikael Johansson, and Stephen P. Boyd. Simultaneous routing and resource allocation via dual decomposition. *IEEE Transactions on Communications*, 52(7) :1136–1144, 2004.
- [99] Thomas Clausen and Philippe Jacquet. Optimized link state routing protocol (OLSR). RFC 3626, IETF, October 2003.
- [100] Ulas C. Kozat and Leandros Tassiulas. Throughput capacity of random ad hoc networks with infrastructure support. In *International Conference on Mobile Computing and Networking (MOBICOM)*, pages 55–65, San Diego, USA, September 2003. ACM.

- [101] Jie Wu and Fei Dai. Distributed dominant pruning in ad hoc wireless networks. In *International Conference on Communications (ICC)*, pages 353–357, Anchorage, USA, May 2003. IEEE.
- [102] K. Jain, J. Padhye, V. Padhamanabhan, and L. Qiu. Impact of interference on multi-hop wireless network performance. In *ACM MobiCom*, pages 66–80, 2003.
- [103] Kamal Jain, Jitendra Padhye, Venkat Padmanabhan, and Lili Qiu. Impact of interference on multi-hop wireless network performance. In *International Conference on Mobile Computing and Networking (MOBICOM)*, pages 66–80, San Diego, USA, 2003. ACM.
- [104] J. Jun and M.L. Sichitiu. The nominal capacity of wireless mesh networks. *IEEE Wireless Communications*, 10(5) :8–14, 2003.
- [105] J. Kuri, N. Puech, M. Gagnaire, and E. Dotaro. Routing and Wavelength Assignment of Scheduled Lightpath Demands in a WDM optical transport Network. In *IEEE ICOCN 2002*, Singapore, November 2002.
- [106] Le Thi Hoai An and Pham Dinh Tao. D.C. programming approach for multicommodity network optimization problems with step increasing cost functions. *Journal of Global Optimization*, 22(1) :205–232, 2002.
- [107] Theodore Rappaport. *Wireless Communications : Principles and Practice*. Prentice Hall, New Jersey, second edition, 2002.
- [108] R. Krishnaswamy and K. N. Sivarajan. Algorithms for Routing and Wavelength Assignment Based on Solutions of LP-Relaxations. In *IEEE Communications Letters*, volume 5, pages 435–437. IEEE, October 2001.
- [109] Hung-Yun Hsieh and Raghupathy Sivakumar. Performance comparison of cellular and multi-hop wireless networks : a quantitative study. In *SIGMETRICS*, pages 113–122, Cambridge, USA, June 2001. ACM.
- [110] P. Armand, J. C. Gilbert, and S. Jan-Jégou. A feasible BFGS interior point algorithm for solving convex minimization problems. *SIAM Journal on Optimization*, 11(1) :199–222, 2001.
- [111] F. Havet. Channel assignement and multicolouring of the induced subgraphs of the triangular lattice. *Discrete Mathematics*, 233 :219–231, 2001.
- [112] W. E. Wilhelm. A technical review of column generation in integer programming. *Optimization and Engineering*, 2 :159–200, 2001.
- [113] A. Schrijver. A course in combinatorial optimization. <http://www.cwi.nl/~lex/files/dict.ps>, CWI and Department of Mathematics, Amsterdam, The Netherlands, October 2000.
- [114] L. Fleischer. Approximating fractional multicommodity flows independent of the number of commodities. *SIAM J. Discrete Math.*, 13(4) :505–520, 2000.
- [115] P Gupta and P R Kumar. The capacity of wireless networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 46(2) :388–404, 2000.
- [116] Piyush Gupta and P. R. Kumar. The capacity of wireless networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 46(2) :388–404, 2000.
- [117] Piyush Gupta and P. R. Kumar. The capacity of wireless networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 46(2) :388–404, 2000.
- [118] Virginie Gabrel, Arnaud Knippel, and Michel Minoux. Exact Solution of Multicommodity Network Optimization Problems with General Step Cost Functions. *Operations Research Letters*, 25(1) :15–23, 1999.
- [119] M. M. Halldórsson. Approximations of weighted independent set and hereditary subset problems. In *5th Ann. Int. Conf. on Computing and Combinatorics*, pages 261–270. Lecture Notes in Comput. Sci., Springer-Verlag, 1999.
- [120] A. Trandai, H. Wang, W. Huang, G. Sun, G. R. Black, and J. G. Haerle. Transmission power control method. Patent, 04 1999. US 5893036.
- [121] Andrew V. Goldberg and Satish Rao. Beyond the flow decomposition barrier. *J. ACM*, 45(5) :783–797, September 1998.

- [122] B Awerbuch and Y Azar. Buy-at-bulk network design. In *Proceedings of the 38th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pages 542–542, Washington, DC, USA, 1997. IEEE Computer Society.
- [123] Virginie Gabrel and Michel Minoux. LP Relaxations Better than Convexification for Multicommodity Network Optimization Problems with Step Increasing Cost Functions. *Acta Mathematica Vietnamica*, 22(1) :123–145, 1997.
- [124] P. Raghavan. Probabilistic construction of deterministic algorithm : Approximating packing integer programs. *Journal of Computer and Systems Sciences*, 38 :683–707, 1994.
- [125] C. C. Gonzaga. An algorithm for solving linear programming in $O(n^3L)$ operations. In *Progress in Mathematical Programming*, pages 1–28, Berlin, 1989. Springer Verlag.
- [126] Andrew V. Goldberg and Robert E. Tarjan. A new approach to the maximum-flow problem. *J. ACM*, 35(4) :921–940, October 1988.
- [127] C. Berge. *Graphes*. Gauthier-Villars, Paris, 1983.
- [128] V. Chvátal. *Linear Programming*. W. H. Freeman and Company, 1983.
- [129] Jeff Kennington. A survey of linear cost multicommodity network flows. *Operations Research*, 26(2) :209–236, 1978.
- [130] Allen L Soyster. Technical note—convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations research*, 21(5) :1154–1157, 1973.
- [131] George B. Dantzig and Philip Wolfe. The decomposition algorithm for linear programs. *Econometrica*, 29(4) :767–778, Oct. 1961.
- [132] George B. Dantzig and Philip Wolfe. Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, 8(1) :101–111, 1960.
- [133] L. R. Ford and D. R. Fulkerson. Constructing maximal dynamic flows from static flows. *Operations Research*, 23 :419–433, 1958.
- [134] George B Dantzig. Linear programming under uncertainty. *Management science*, 1(3-4) :197–206, 1955.
- [135] Claude Shannon. A Mathematical Theory of Communication. *Bell System Technical Journal*, 27 :379–423, 1948.
- [136] Gy. Farkas. On the algebraic foundation of the applications of the mechanical principle of fourier. *Mathematikai És Fizikai Lapok*, 5 :49–54, 1896. Hongrois, titre original : "A fourier-féle mechanikai ekv alkalmaz-s-nak algebrai alapja".