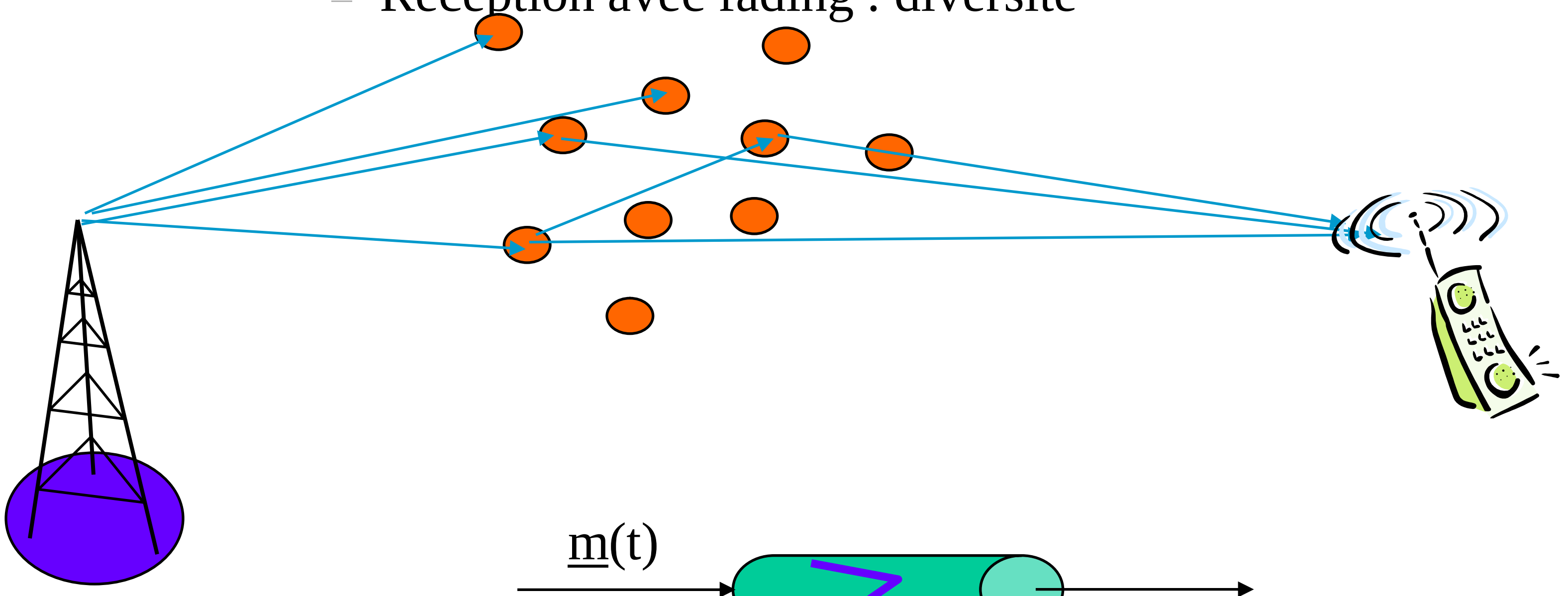
Wireless Communications (WCO)

Jean-Marie Gorce

Dept Télécommunications, Services & Usages

Chap 5 : Fading plat

- Caractérisation bande étroite
- Fading plat : lois de Rice, Nakagami-m
- Réception avec fading : diversité

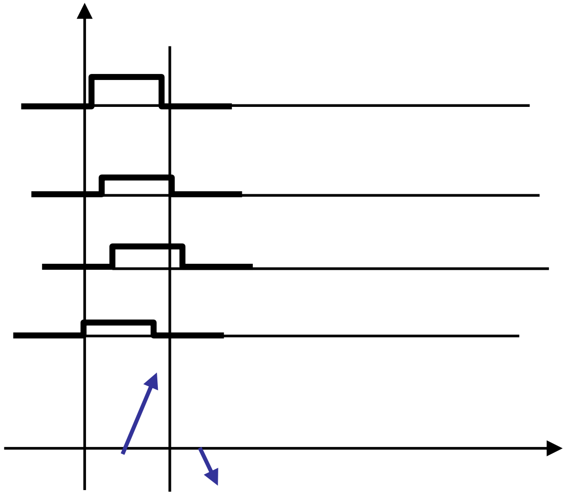


$$\underline{m}'(t) = \left[h_1(t) + h_2(t) + \cdots + h_N(t)\right] \otimes \underline{m}(t)$$

1- Définition

- Le fading plat :
  - Cas où les différences de chemins sont faibles (par rapport à la durée des impulsions)

$$\boxed{\Delta t < T_S}$$



- Propriétés de ce modèle
  - même un faible déplacement (du mobile ou d 'un élément extérieur, peut entraîner une réponse assez différente).
  - La cohérence spatiale et la cohérence temporelle sont faibles.
  - Si la pseudo-stationnarité (stationnaire pendant la durée d 'un symbole, ou d 'une trame) n 'est pas vérifiée, on ne peut pas faire grand chose ...
  - La réponse du canal est simplement un coefficient complexe mais variable au cours du temps:

$$\boxed{\underline{\hat{a}}_k \approx \sum_n \underline{h}_{t=\tau}(n) \cdot \underline{a}(n-k) = \underline{h}_{t=\tau} \cdot \underline{a}_k}$$

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

2- Canal de Rayleigh

- Pas de chemin LOS : plusieurs chemins issus de réflexions multiples

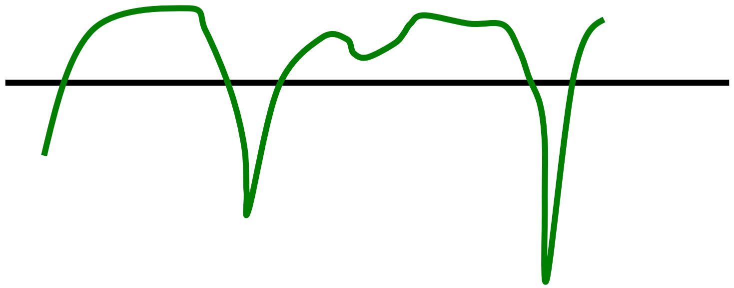
  Le signal résultant est la somme de composantes à phase et module aléatoires

  ➔ tend vers une loi normale complexe

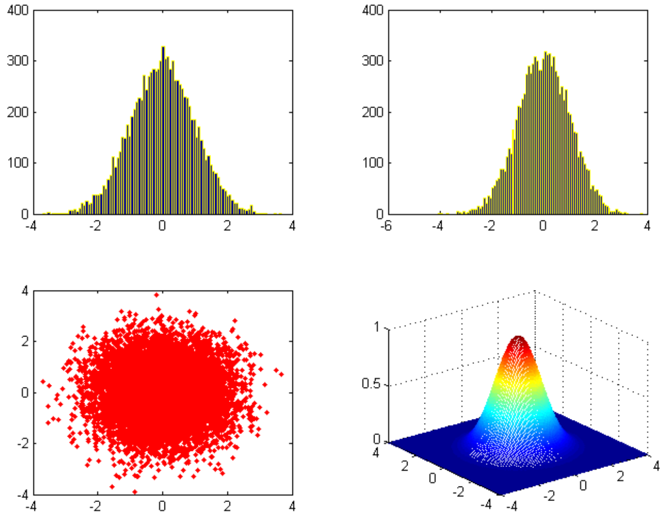
  ➔La partie réelle et la partie imaginaire suivent une loi normale

  L'amplitude du signal reçu est un processus aléatoire.

  On a donc un bruit multiplicatif



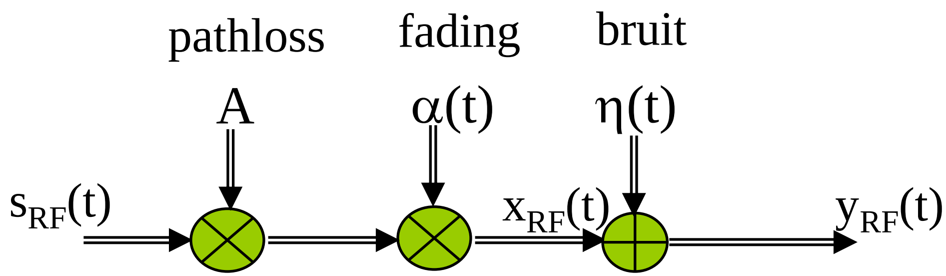
réponse diffuse :
distribution aléatoire normale



JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

Le canal est modélisé par un bruit multiplicatif :

$$\underline{\alpha}(t) = \alpha(t) \cdot e^{j\varphi(t)}$$



$$y_{RF}(t) = A\underline{\alpha}(t) \cdot s_{RF}(t) + \underline{\eta}(t)$$

que l'on normalise en puissance (i.e. gain unitaire) :

$$G_\alpha = E\left(\underline{\alpha}^2\right) = E\left(x^2\right) + E\left(y^2\right) = 2\sigma^2 = 1$$

➔ RSB moyen : $\Gamma = E(\gamma(t)) = E\left(\left|\alpha(t)\right|^2\right)\frac{E_b}{N_0} = \frac{E_b}{N_0}$

➔ RSB instantané : $\gamma(t) = \frac{E\left(\left|x_{RF}(t)\right|^2\right)}{E\left(\left|\eta(t)\right|^2\right)} = \alpha(t)^2 \frac{E_b}{N_0}$

Rappel :
pour def. Eb/No,
voir chap. 3

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

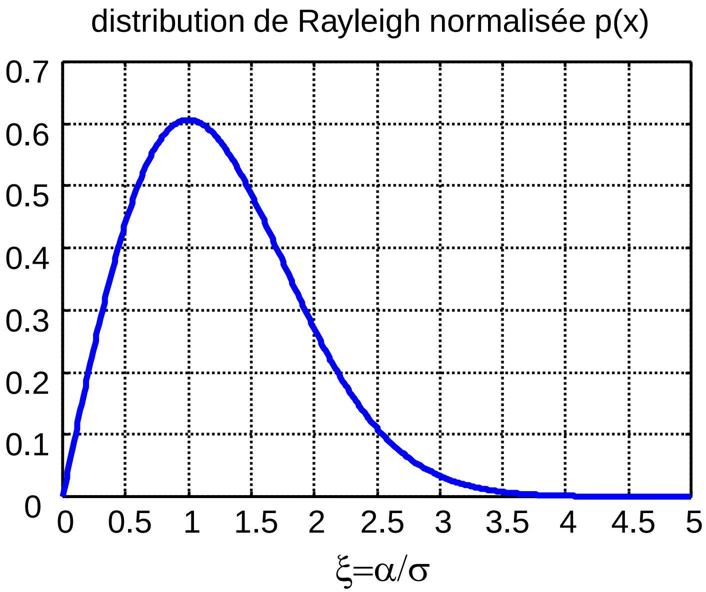
- Statistiques du canal ?

Amplitude : loi de Rayleigh

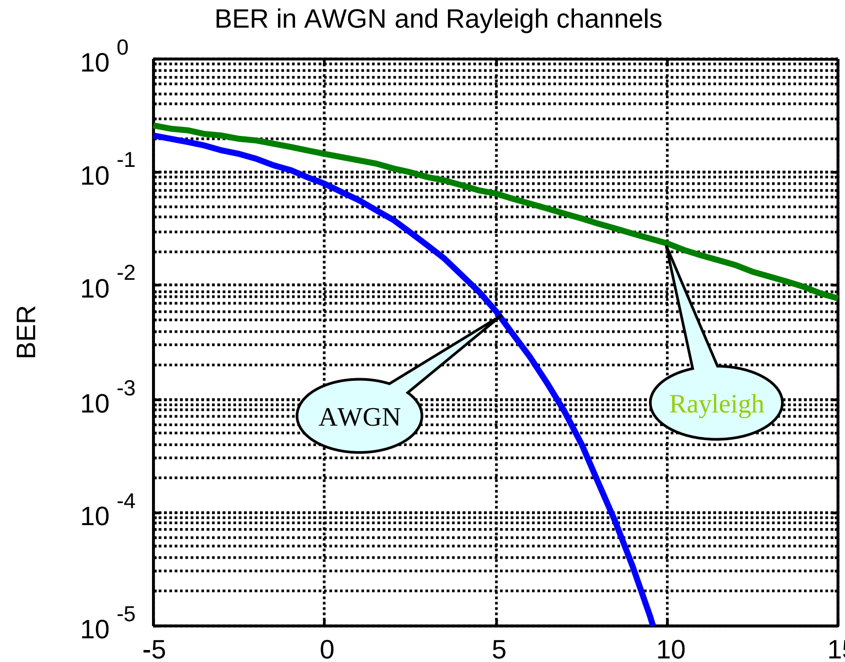
$$p(\alpha)=\begin{cases}\dfrac{\alpha}{\sigma^2}\exp^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} & \alpha\geq 0\\ 0 & \alpha<0\end{cases}$$

Puissance : loi du Khi-2

$$p(\gamma)=p(\alpha)\cdot\frac{d\alpha}{d\gamma}=\frac{1}{\Gamma}\exp^{-\frac{\gamma}{\Gamma}}$$



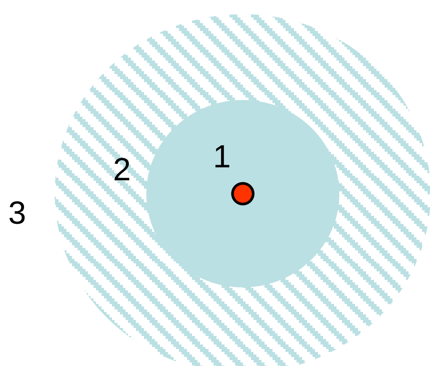
JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

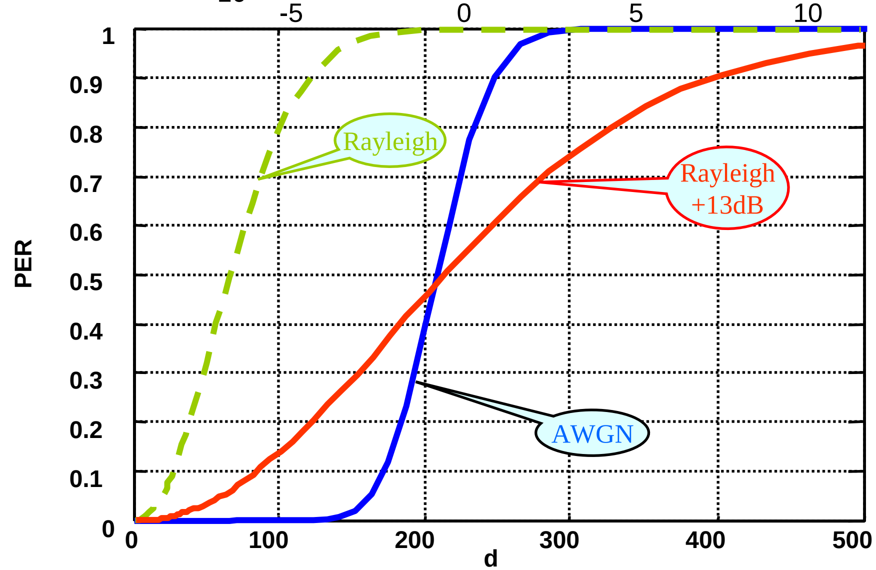


Les conséquences sont importantes :

- La probabilité d’erreur à puissance moyenne fixée est beaucoup plus élevée à cause de la probabilité de fading

$$p_{err} = \int_0^{\infty} p(\gamma)\cdot p_e(\gamma)d\gamma = \frac{1}{2}\left[1-\sqrt{\frac{\Gamma}{1-\Gamma}}\right]$$





3- Canal de Rice

- Cas plus général : un chemin LOS stable + des variations (chemins latéraux) faiblement décalés de faible amplitude.
  - on a une composante principal + des composantes de phase aléatoire
- Loi de l'enveloppe :

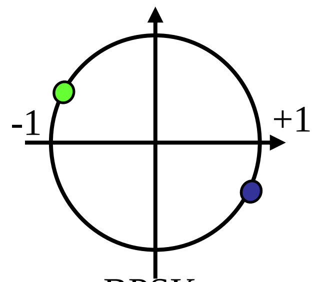
distribution de Rice

$$p(\alpha)=\begin{cases}\dfrac{\alpha}{\sigma^2}\exp^{-\frac{\alpha^2+A^2}{2\sigma^2}}\cdot I_0\left(\dfrac{A\cdot\alpha}{\sigma^2}\right); A\geq 0 & \alpha\geq 0\\ 0 & \alpha<0\end{cases}$$

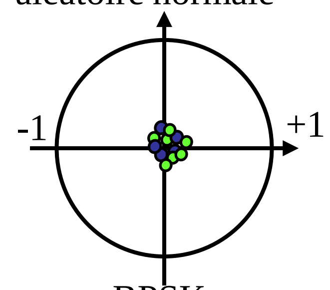
1 paramètre clé : $k=A^2/2\sigma^2$

Rapport de puissances
entre composantes LOS et diffuse

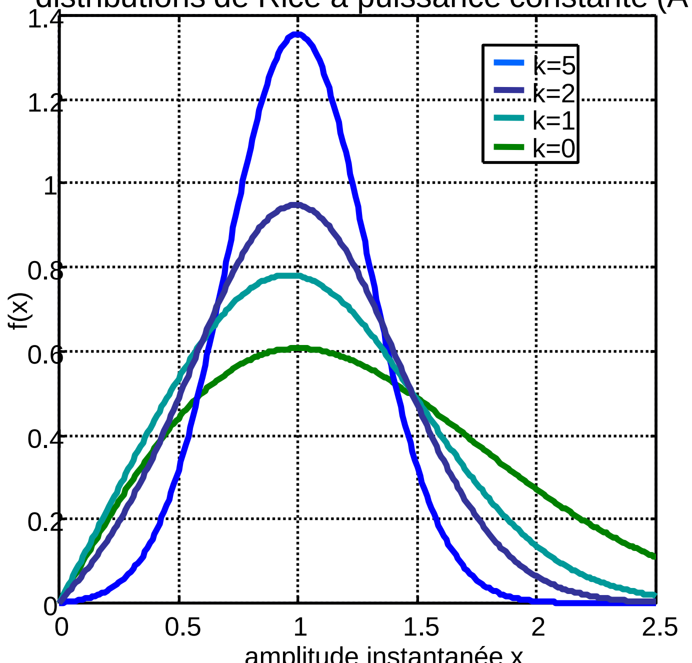
réponse principale



réponse diffuse : distribution aléatoire normale

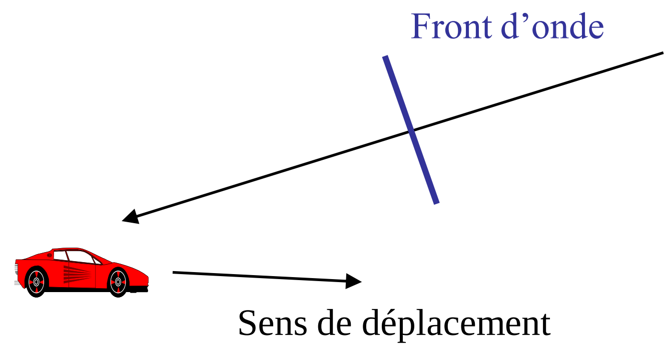


distributions de Rice à puissance constante ($A^2/2+\sigma^2=1$)



3- Statistiques de second ordre

- Une des conséquences des chemins multiples est la non stationnarité du canal lorsqu'un mobile se déplace entrainant :
  - décalage spectral par effet Doppler
  - non stationnarité du canal

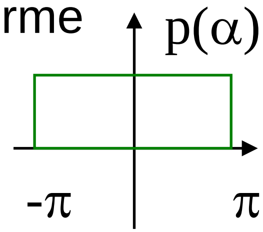


Fréquence de décalage par effet Doppler

$$f_d = f_c \cdot \frac{v}{c} \cos\alpha = f_m \cos\alpha$$

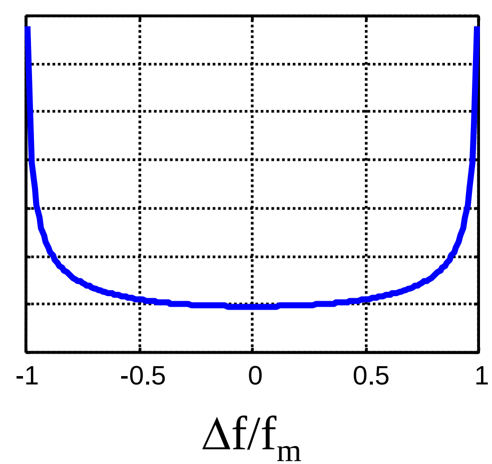
- Canal de Rayleigh

Distribution angulaire uniforme

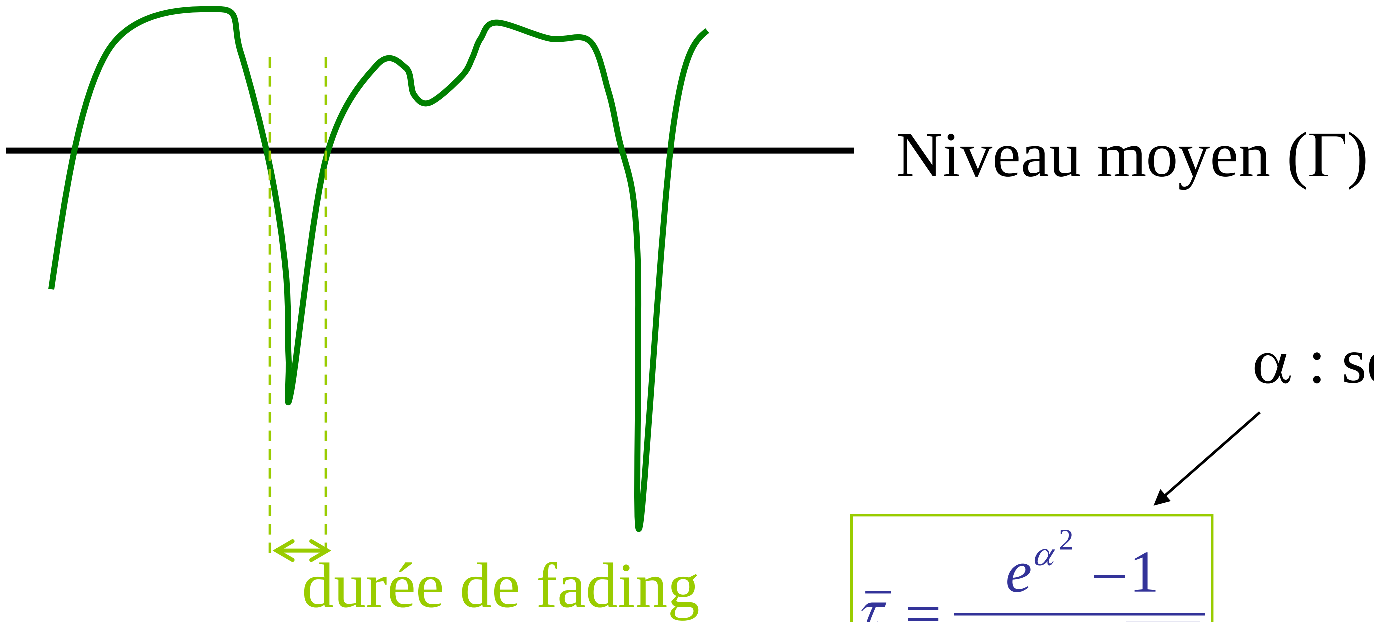


➔spectre Doppler classique

$$\boxed{S(\Delta f) = \frac{1.5}{\pi \cdot f_m \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta f}{f_m}\right)^2}}; \qquad \forall |\Delta f| < f_m}$$



L'effet Doppler peut s'interpréter dans le domaine temporel par la non-stationarité du canal radio :



α : seuil relatif

$$\bar{\tau} = \frac{e^{\alpha^2} - 1}{\alpha \cdot f_m \sqrt{2\pi}}$$

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

4- Interprétation dans le domaine spectral

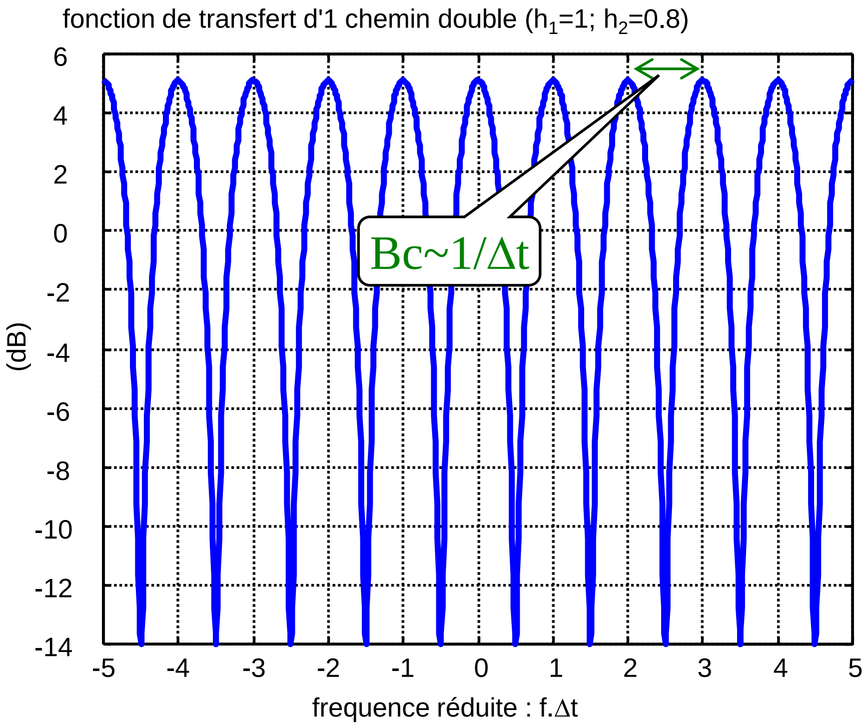
- cas simple : 2 chemins d 'amplitude égale

$$y(t) = \underline{h}_1 s_{RF}(t - t_1) + \underline{h}_2 s_{RF}(t - t_2)$$

$$H(t) \sim \underline{h}_1 \cdot \delta(t) + \underline{h}_2 \cdot \delta(t - \Delta t)$$

$$H(f) \sim \underline{h}_1 + \underline{h}_2 \cdot e^{-j2\pi f \Delta t}$$

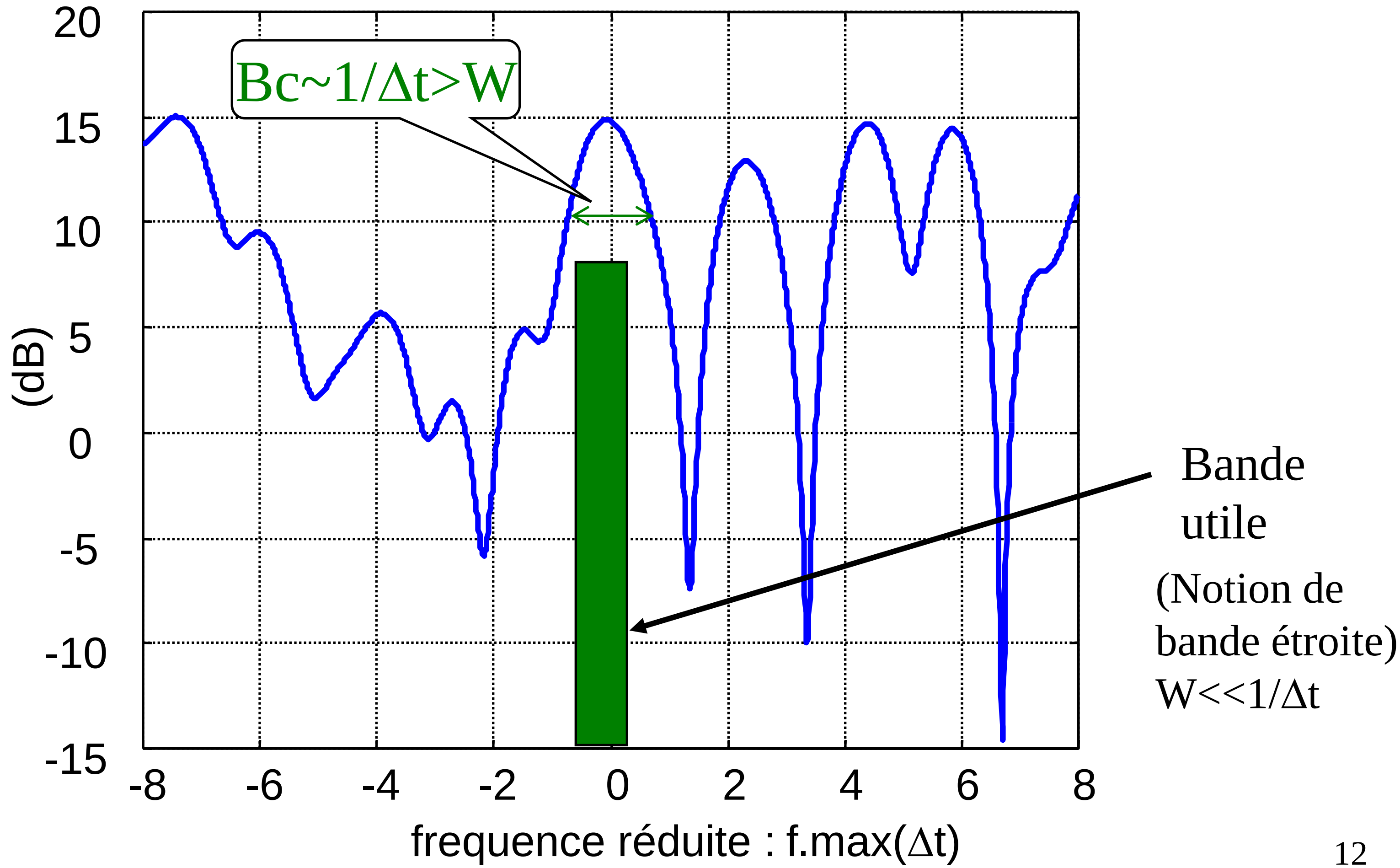
Seule contrainte : $\Delta t < T_s$



Définition : la bande de cohérence est la bande de fréquence pour laquelle la réponse fréquentielle du canal peut être considérée comme constante. Elle est liée à l'étalement temporel des chemins

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

fonction de transfert d'1 chemin à 20 composantes aléatoires (dt<1)



JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

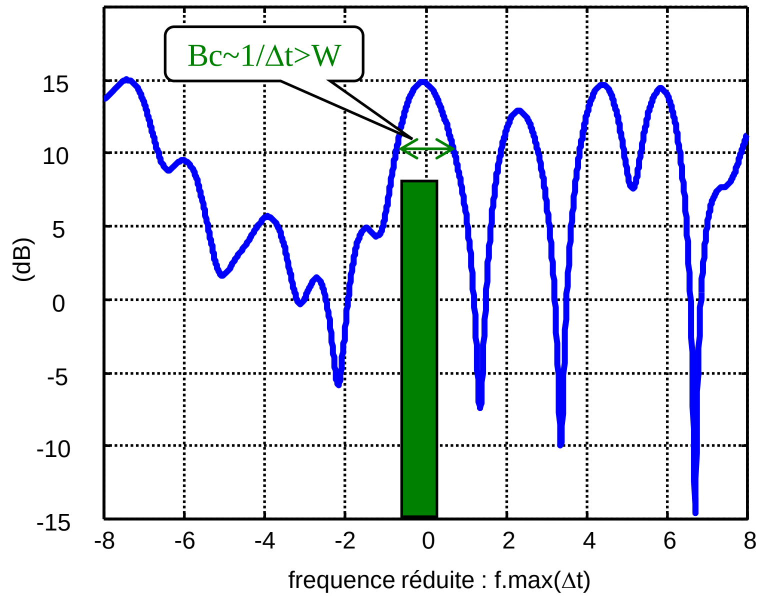
- Résumé sur les évanouissements ‘plats’
  - liés à des chemins de faible différence de temps de propagation relativement à la durée des impulsions
  - conséquences:
    - » la réponse impulsionnelle varie rapidement
    - » la réponse exacte n ’est pas prédictible complètement : il faut utiliser un modèle statistique.
    - » dans la plupart des applications, la pseudo-stationnarité doit être vérifiée durant l’émission d’une trame
  - la réponse fréquentielle est relativement stable dans la bande de fréquence occupée par le signal (bande de Cohérence Bc>bande spectrale Bs, et $\Delta t < Ts$)
  - Compensation : diversité, ou étalement spectral

5- Diversité

Les effets du fading plat (variations de signal) peuvent être compensés par la diversité:

➔Diversité spatiale :

On suppose les N voies statistiquement Indépendantes ➔ les évanouissements Ne se produisent pas aux mêmes fréquences



➔Diversité temporelle :

On émet N fois un paquet à intervalles de temps ➔ les évanouissements évoluent au cours du temps (dépend de la mobilité, de la corrélation du canal)

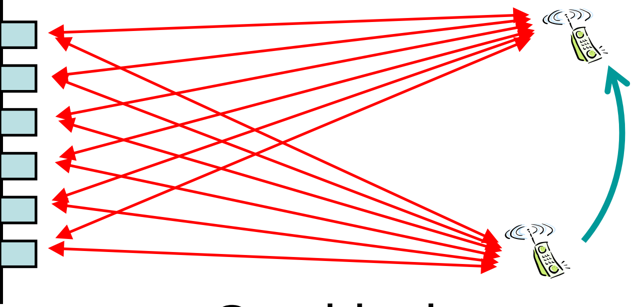
➔ Diversité fréquentielle

On émet sur plusieurs canaux fréquentiels ➔ les canaux doivent être suffisamment espacés pour être statistiquement indépendant

➔ Diversité de polarité

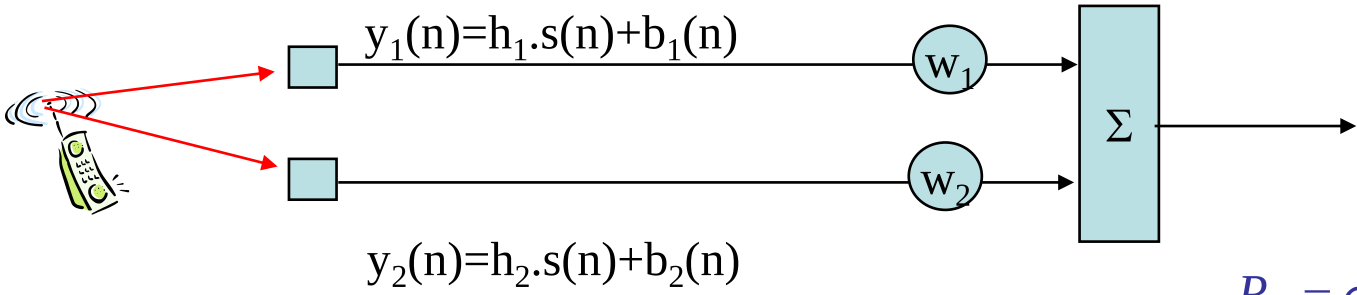
Rem : seule la diversité spatiale ne consomme pas de bande passante

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon



Combinaison avec antennes multiples

sur chaque canal, les signaux s 'expriment sous la forme



$$P_N = \sigma^2 \cdot \sum_k |w_k|^2$$

$y_k(n)=h_k.s(n)+b_k(n)$

et à la sortie du combineur :

$$y(n) = \sum_k w_k y_k(n) = \underbrace{\sum_k w_k h_k s(n)}_{\text{Signal utile}} + \overbrace{\sum_k w_k b_k(n)}^{\text{bruit}}$$

$$P_u = P_s \cdot \left| \sum_k w_k h_k \right|^2$$

L'optimisation du RSB en sortie donne:

$$\boxed{w_k = \mu \cdot \frac{h_k^*}{\sigma^2}}$$

– Combinaison Optimale en canal AWGN

Le RSB est donné par la somme des RSB

$$\gamma = \frac{\frac{\mu^2}{\sigma^4} \cdot P_s \cdot \left| \sum_k |h_k|^2 \right|^2}{\frac{\mu^2}{\sigma^2} \cdot \sum_k |h_k|^2} = \frac{P_s}{\sigma^2} \cdot \sum_k |h_k|^2 = \sum_k \gamma_k$$

En AWGN, gain max = N
nombre de voies x2 ➔ +3dB,

– Combinaison Optimale en canal de Rayleigh (bloc-fading)

On a toujours, pour chaque paquet q:

$$w_k(q) = \mu(q) \cdot \frac{h_k^*(q)}{\sigma^2}$$

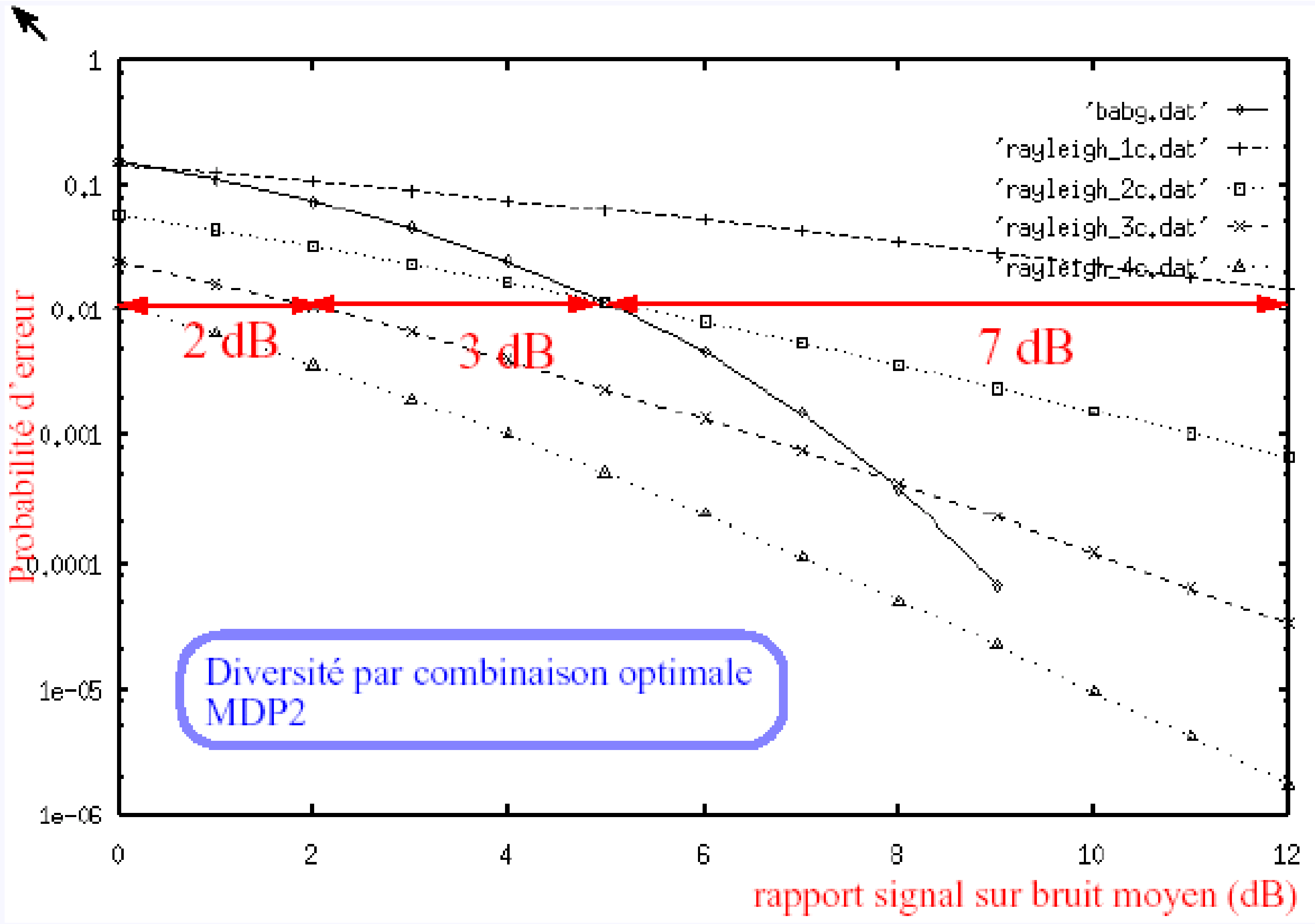
$$\gamma(q) = \sum_k \gamma_k(q)$$

Mais l'amplitude $h_k(q)$ de chaque voie suit une loi aléatoire, indépendante des autres (très important).

on peut en déduire que le SNR résultant $\gamma(q)$, suit 1 loi du $\chi 2$ à 2N degrés de liberté.

On calcule la probabilité d'erreur résultante avec la même formule que dans le cas mono-voie en canal de Rayleigh :

$$p_{err}(\gamma) = \int p(\gamma) \cdot erfc\left(\sqrt{\gamma}\right) \cdot d\gamma$$

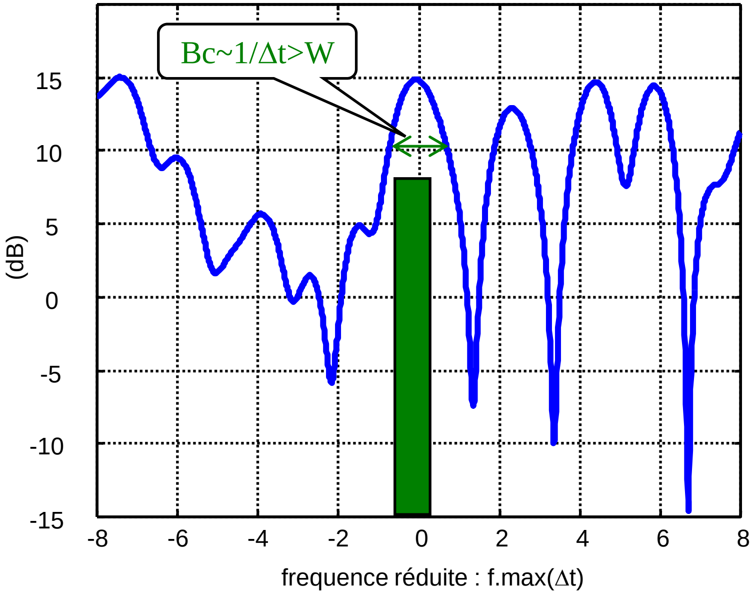


Probabilité d'erreur
1
0.1
0.01
0.001
0.0001
1e-05
1e-06
0
2
4
6
8
10
12
'babg.dat'
'rayleigh_1c.dat'
'rayleigh_2c.dat'
'rayleigh_3c.dat'
'rayleigh_4c.dat'
2 dB
3 dB
7 dB
Diversité par combinaison optimale
MDP2
rapport signal sur bruit moyen (dB)

6- Etalement de spectre

- Les effets du fading plat (variations de signal) peuvent être compensés par la diversité:

➔Diversité spatiale :
On suppose les N voies statistiquement
Indépendantes ➔ les évanouissements
Ne se produisent pas aux mêmes fréquences



➔Diversité temporelle :
On émet N fois un paquet à intervalles de temps ➔ les évanouissements évoluent au cours du temps (dépend de la mobilité, de la corrélation du canal)

➔ Diversité fréquentielle
On émet sur plusieurs canaux fréquentiels ➔ les canaux doivent être suffisamment espacés pour être statistiquement indépendant

Rem : seule la diversité spatiale ne consomme pas de bande passante

– Saut de fréquence : solution GSM (et 802.11)

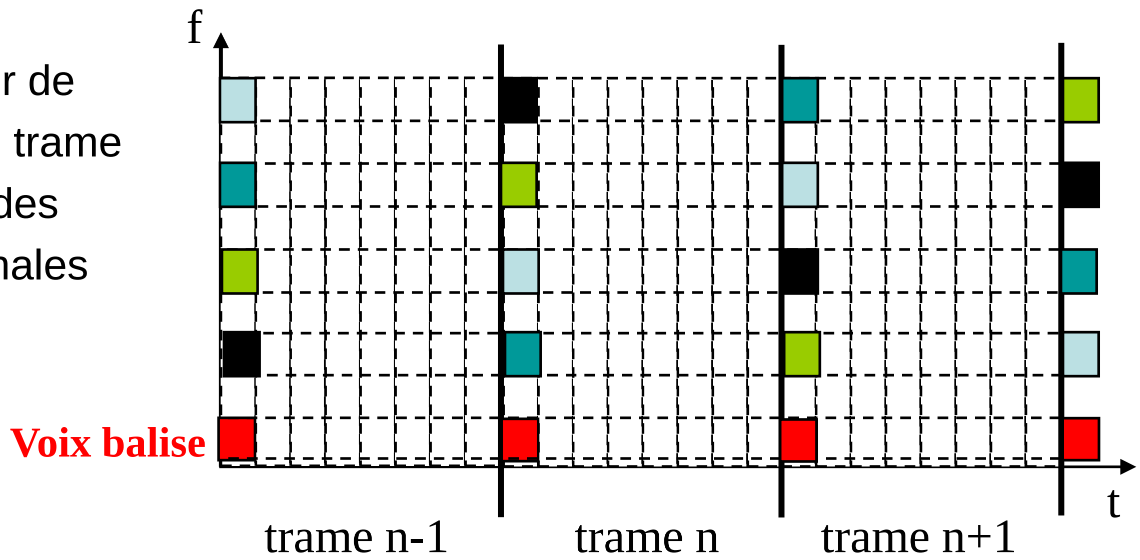
- Pb : lorsque le canal évolue lentement, on risque de perdre plusieurs paquets de suite.
- Solution : changer de fréquence à chaque trame
- Principe : définir des séquences orthogonales

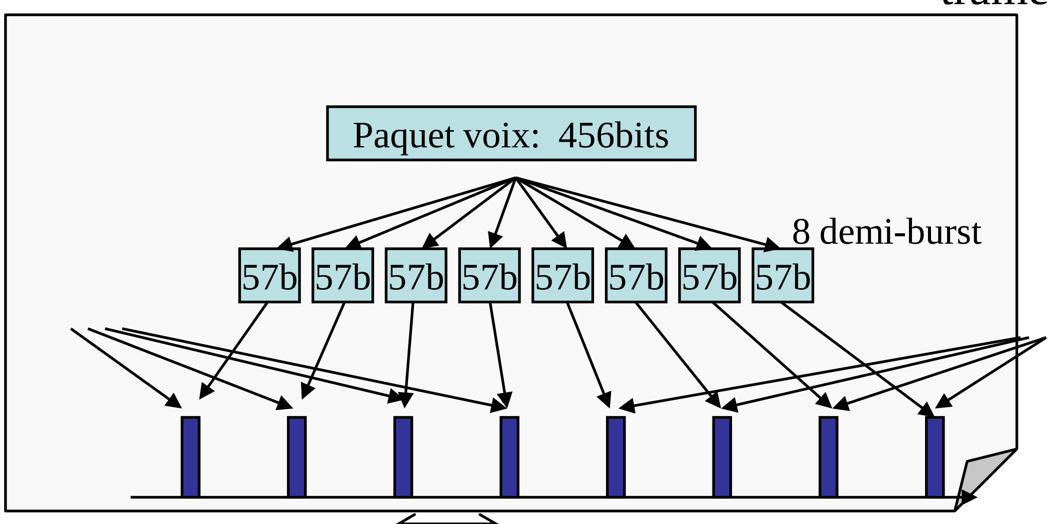
S1 : 1 4 2 3

S2 : 2 3 1 4

S3 : 3 1 4 2

S4 : 4 2 3 1

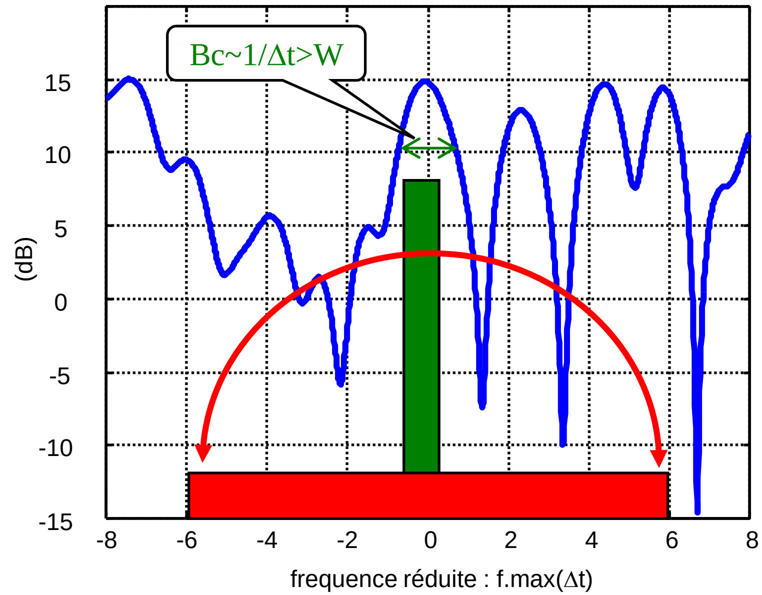


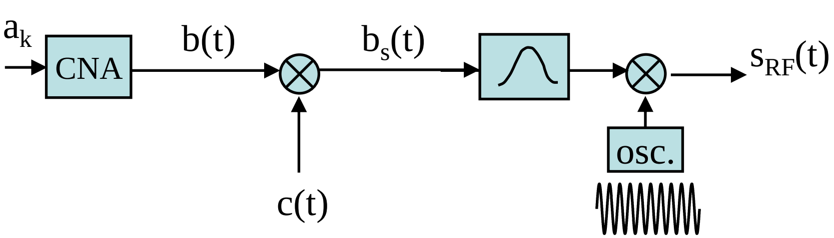


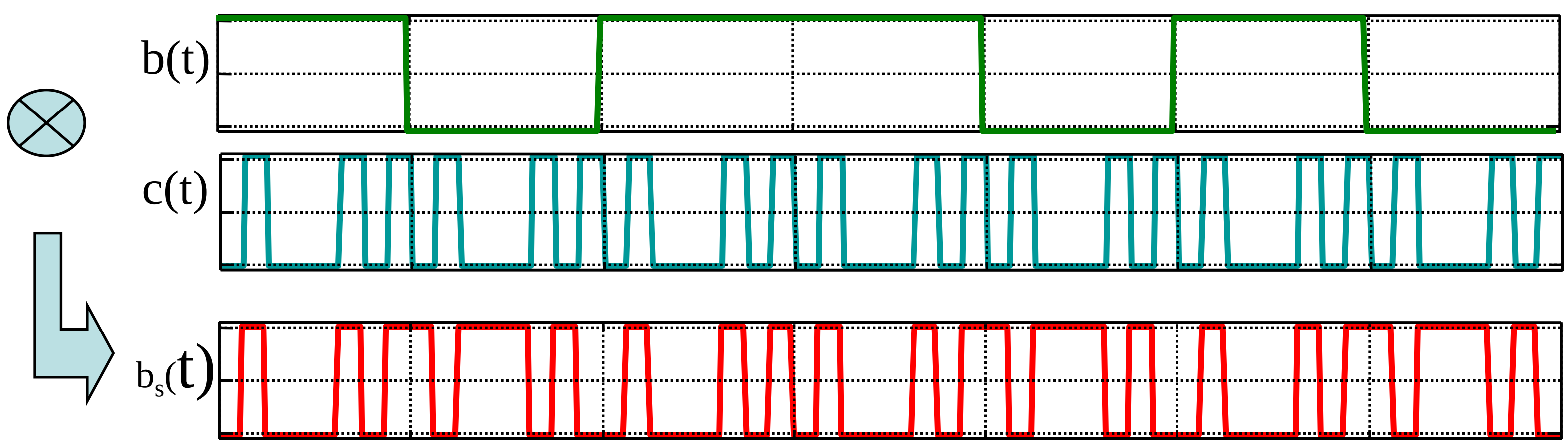
Il faut y associer du codage par trames

- DSSS : Direct Sequence Spread Spectrum
    - Elargir le spectre pour sortir du cas « fading plat »

Comme l'occupation spectrale est proportionnelle à la vitesse de modulation, il faut accélérer le débit binaire… ou coder les symboles par une séquence de « chips »

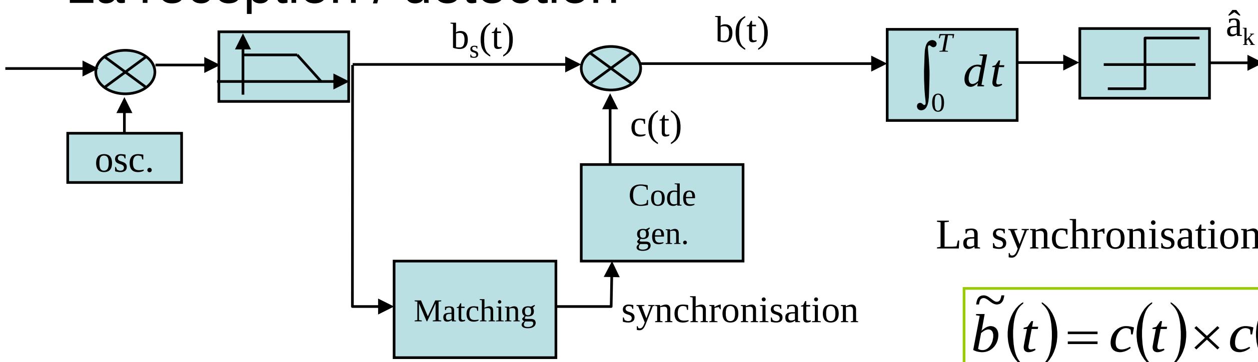






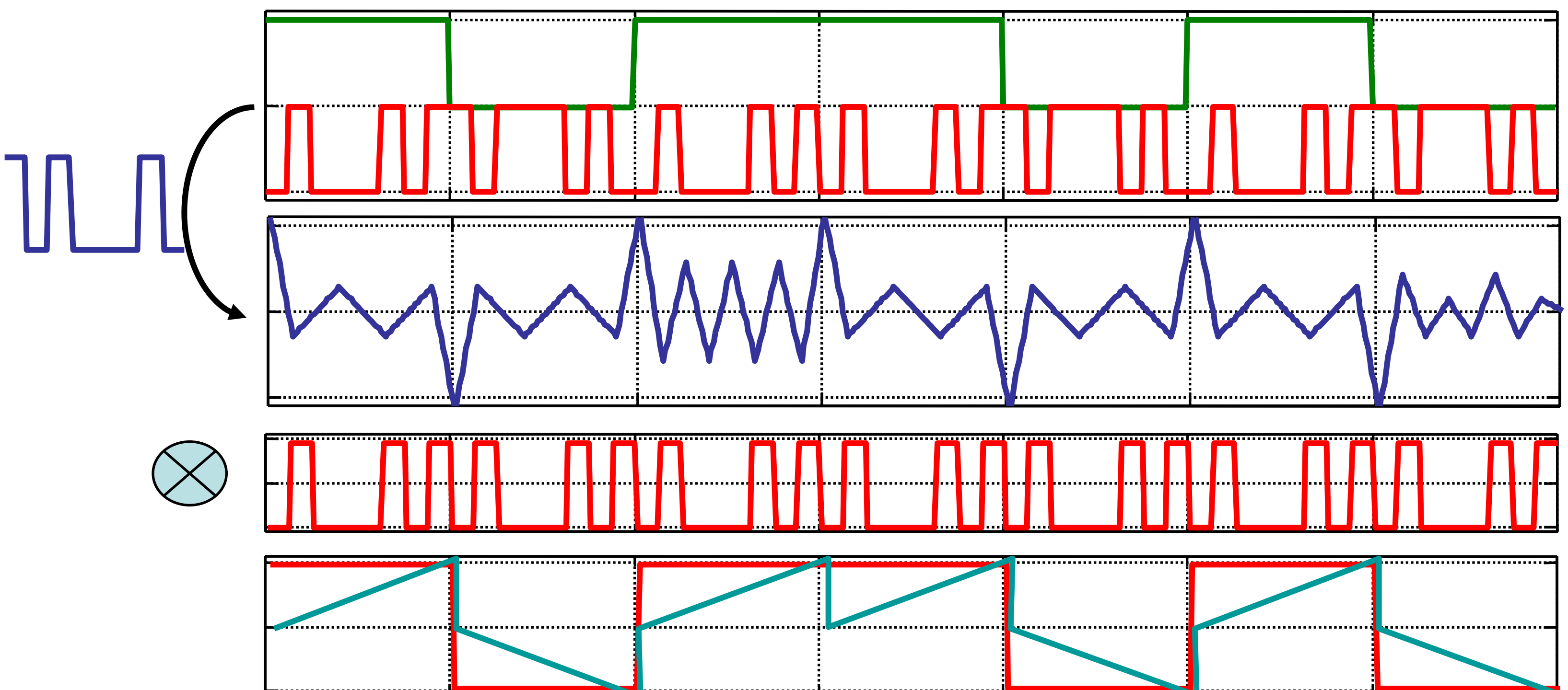
JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

– La réception / détection



La synchronisation est indispensable

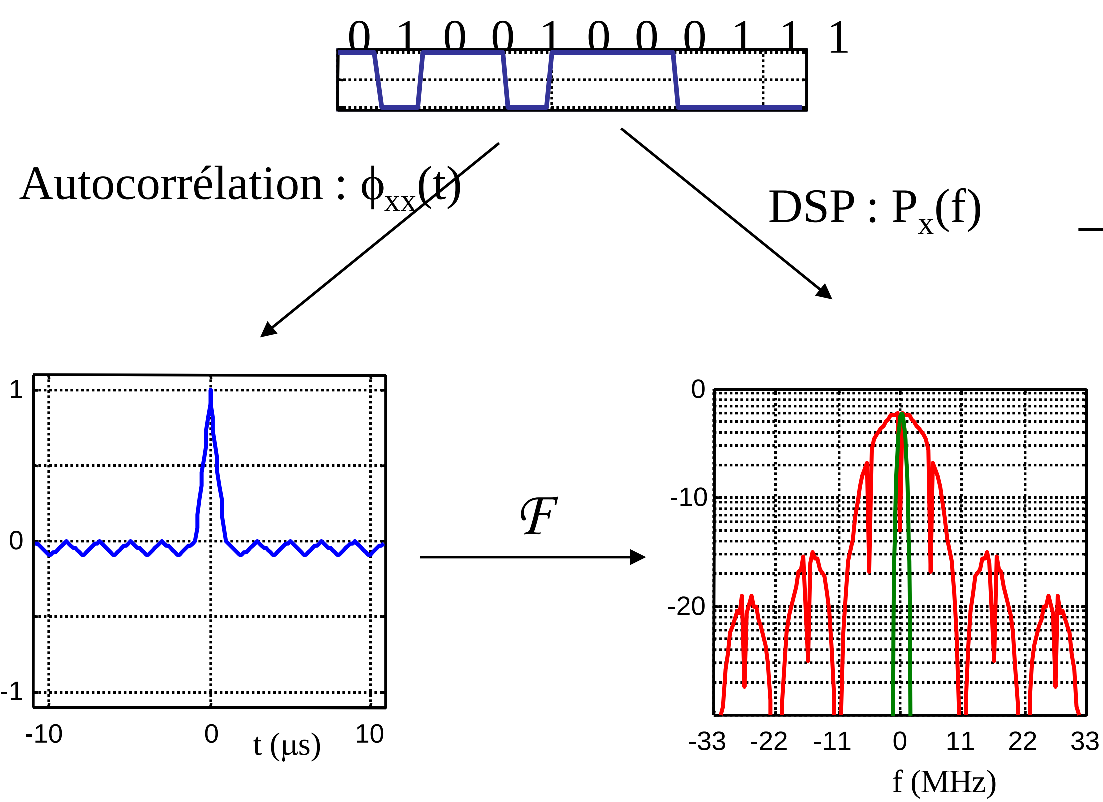
$$\boxed{\tilde{b}(t) = c(t) \times c(t) \times b(t) = b(t)}$$

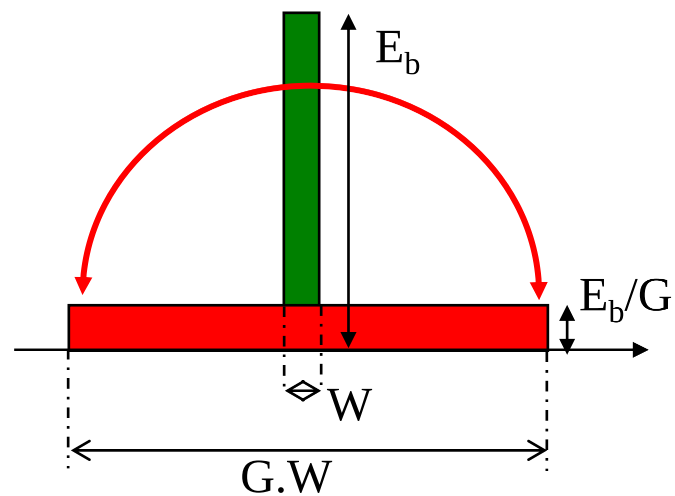


– Propriétés spectrales

Gain d'étalement : $\boxed{G = \dfrac{T_S}{T_C}}$

exemple (wLAN : IEEE802.11b)
code de Barker à 11bits :

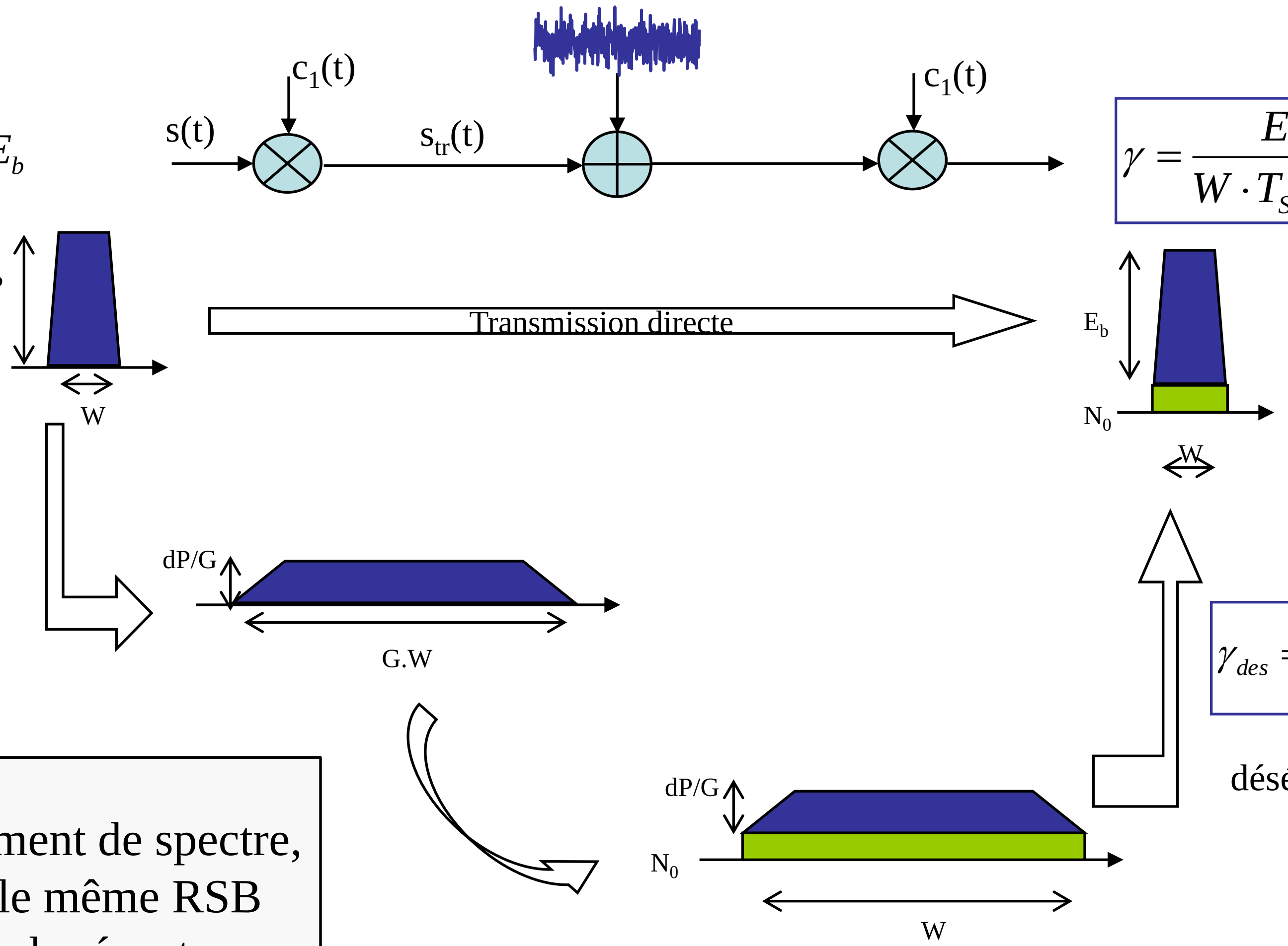




JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

– Rapport signal à bruit

$$dP = \frac{E_b}{W \cdot T_S} \approx E_b$$



$$\gamma = \frac{E_b}{W \cdot T_S \cdot N_0} \approx \frac{E_b}{N_0}$$

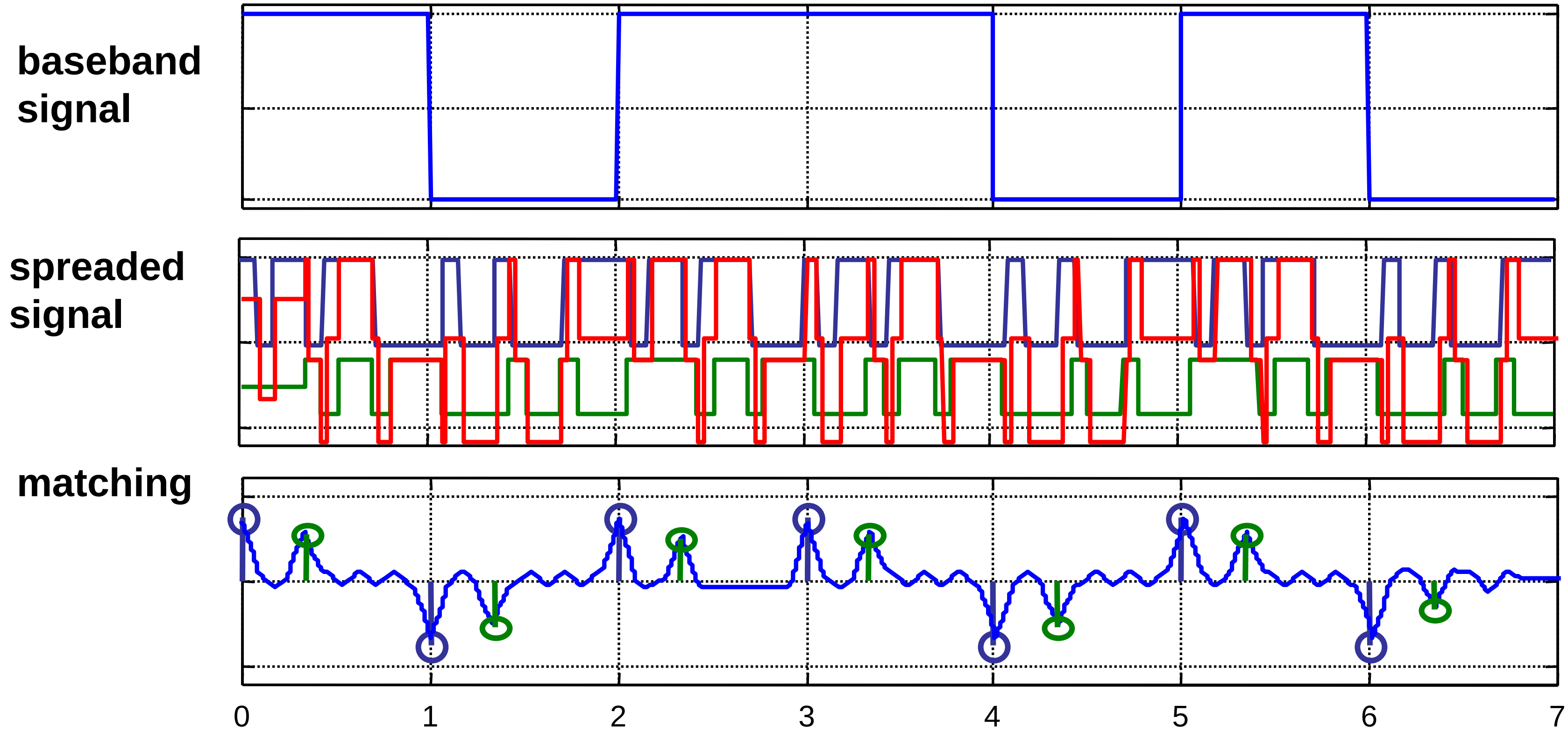
$$\gamma_{des} = \frac{E_b / G \cdot G}{W \cdot T_s \cdot N_0} = \gamma$$

$$\gamma_{chip} = \frac{E_b / G}{W \cdot G \cdot T_c \cdot N_0} = \frac{\gamma}{G}$$

Avec étalement de spectre,
on garde le même RSB
en sortie de récepteur

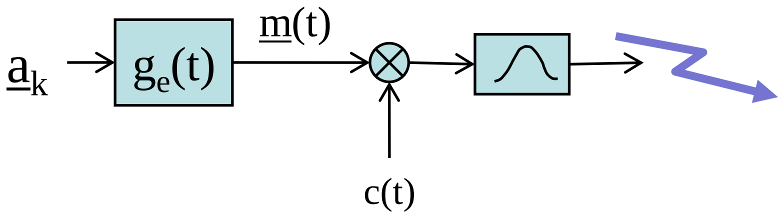
- Intérêt du DSSS : chemins multiples
  - cas à considérer :
    - Δt < Tc (durée chip) : on ne peut rien faire
    - .Δt > Ts : même chose que sans étalement; égalisation à la sortie du décodeur DS-SS.
    - Tc < Δt < Ts : intéressant; exploiter les propriétés du DS-SS

Exemple d'un chemin double

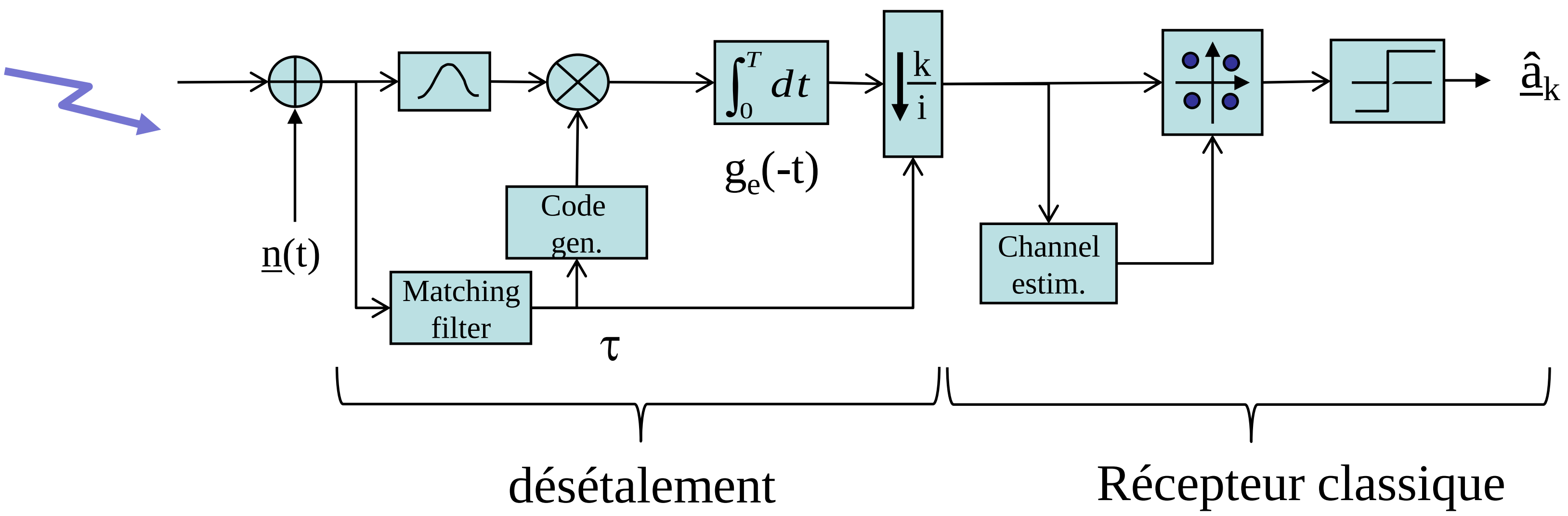


JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

- Représentation d'une transmission DSSS sur canal bande étroite
  - Récepteur bande de base à raie unique



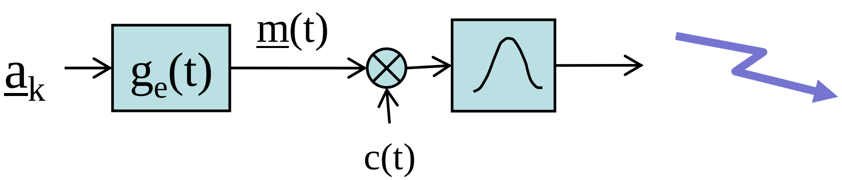
Canal assimilé à 1 coef. Complexe et 1 retard
$\underline{h}_0(\tau)$



JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

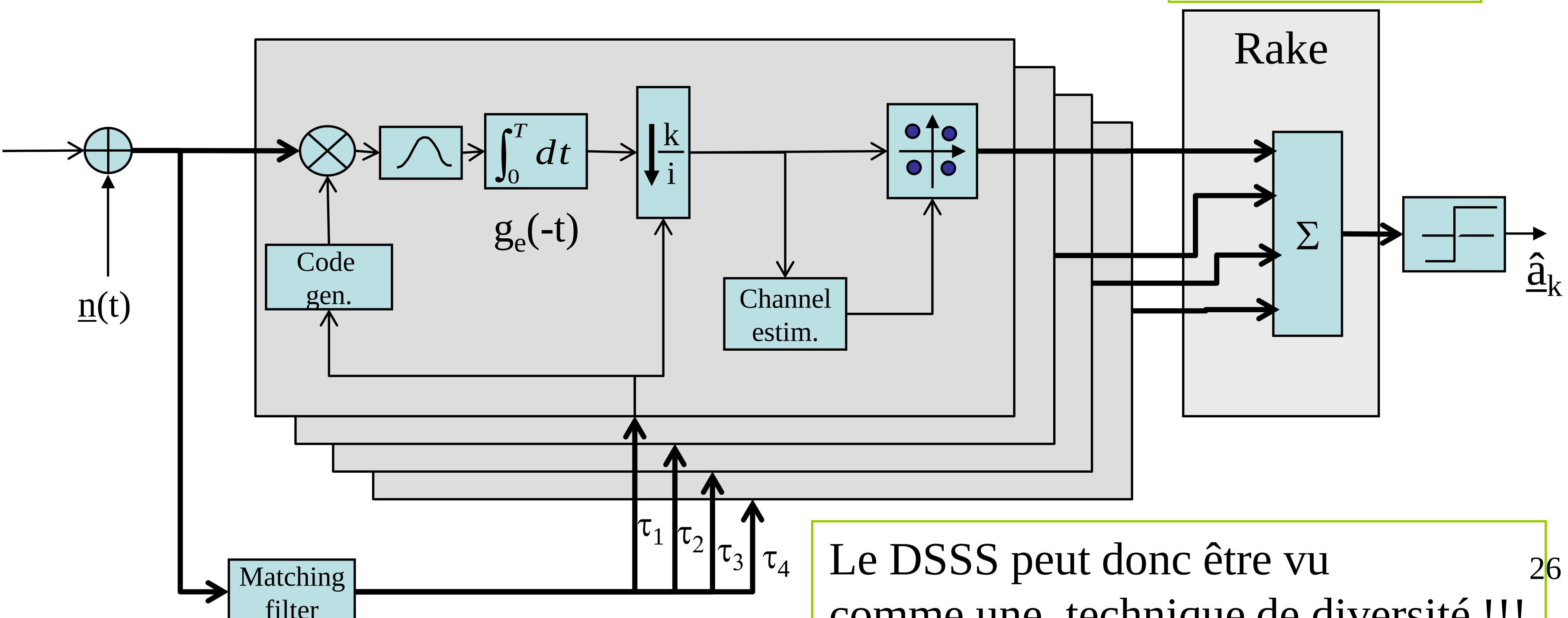
- Représentation d'une transmission DSSS sur canal bande étroite
  - Récepteur en râteau (Rake)

On a une stricte équivalence entre
les propriétés spectrales et temporelles :



Canal assimilé à 1 série de coef. Complexe
$\underline{h}_1(\tau_1)$, $\underline{h}_2(\tau_2)$, …

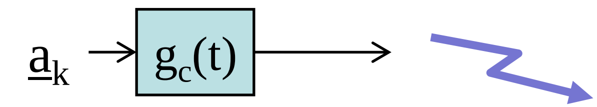
$Tc < \tau < Ts$ ⟺ $W.G > Bc > W$



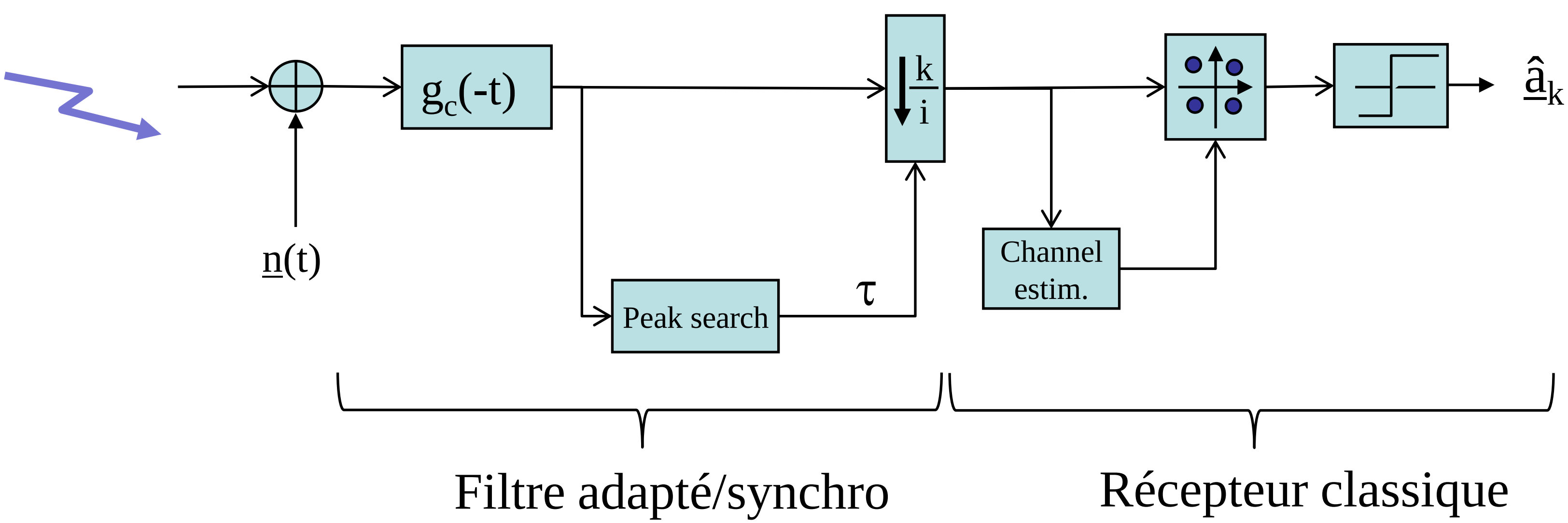
Le DSSS peut donc être vu
comme une technique de diversité !!!

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

- Représentation alternative :
  - Récepteur par filtrage adapté avec un seul chemin

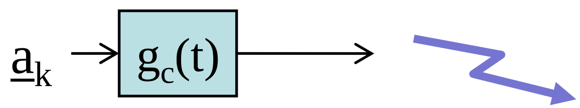


Canal assimilé à 1 coef. Complexe et 1 retard
$\underline{h}_0(\tau)$

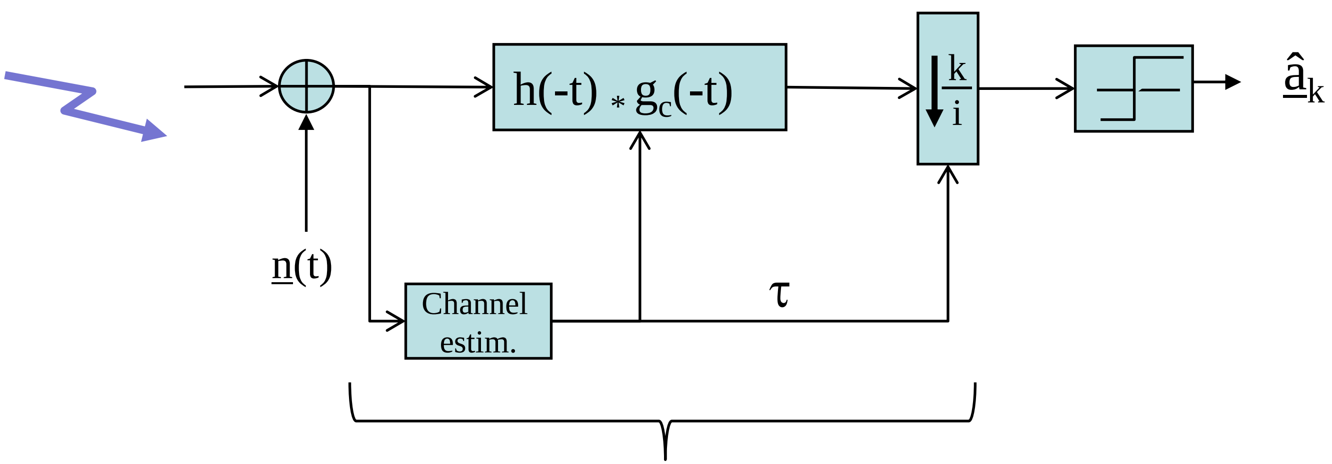


JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

- Représentation alternative :
  - Récepteur par filtrage adapté avec canal multi-chemins

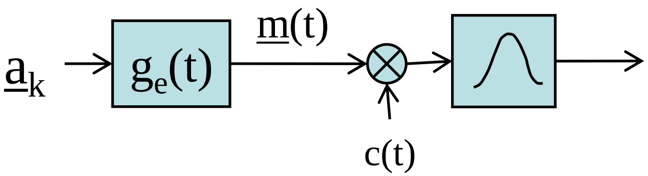


Canal assimilé à 1 série de coef. Complexe
$\underline{h}_1(\tau_1)$, $\underline{h}_2(\tau_2)$, …

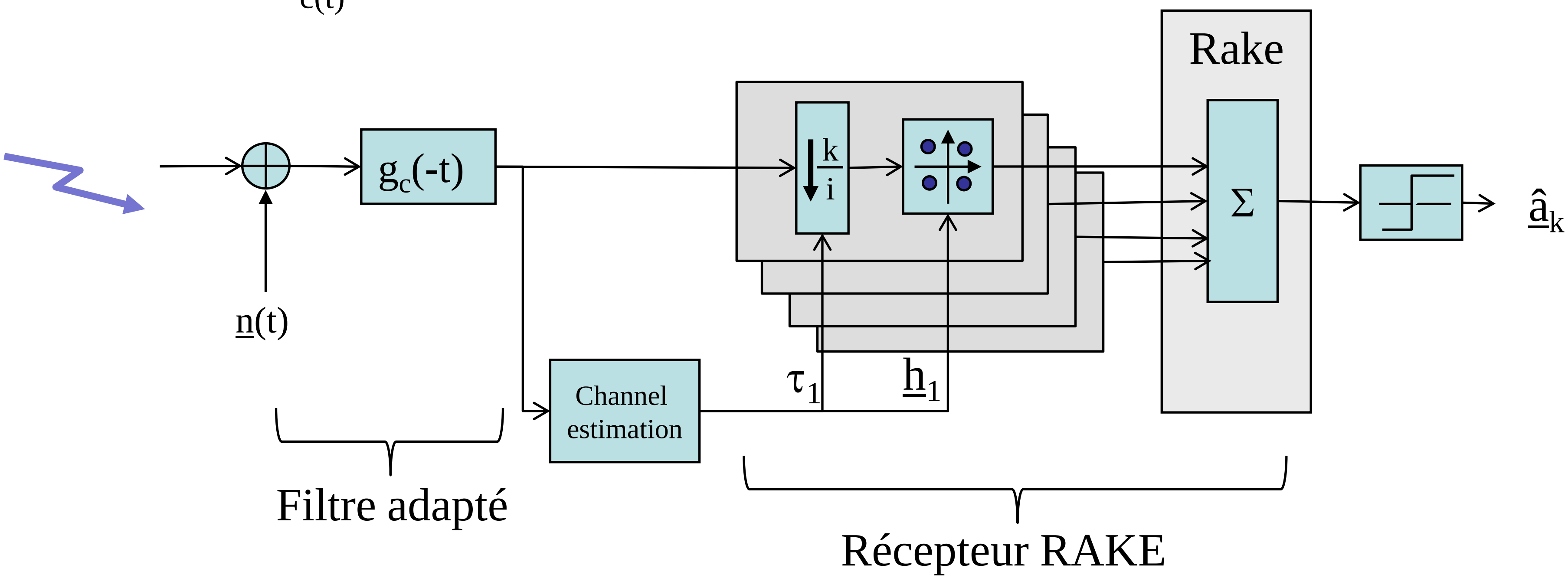


Filtre adapté au canal : prend en compte tous les échos!!

- Représentation alternative :
  - Implémentation optimale du RAKE



Canal assimilé à 1 série de coef. Complexe
$\underline{h}_1(\tau_1)$, $\underline{h}_2(\tau_2)$, …



6 – Synthèse

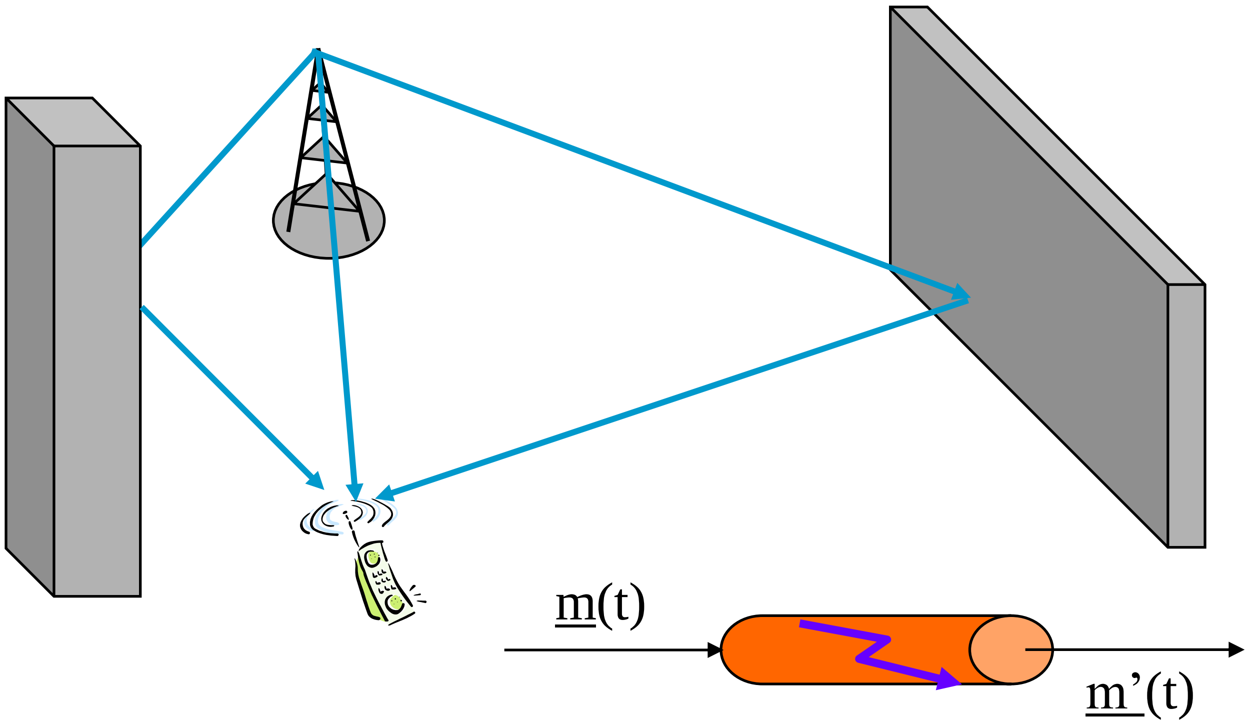
- Evanouissements plats ou bande étroite
  - Liés à des chemins de courte différence de distance
  - Engendrent des 'trous' de réception au cours de la transmission
  - La dynamique dépend de la vitesse : fading rapide / bloc fading / fading lent

- Méthodes de réduction des évanouissements
  - La diversité (temps/fréquence/espace) est le seul moyen de lutter contre
  - L'étalement spectrale est une approche très efficace de diversité spectrale mais qui engendre une augmentation de l'occupation spectrale (cf. WiFi)
  - En cas d'étalement, on distingue le temps symbole et le temps chip

- Les systèmes réels
  - GSM : saut de fréquence couplé à de l'étalement temporel
  - UMTS : Les codes W-CDMA ont les mêmes propriétés que les codes d'étalement
  - WiFi : 802.11b : mise en œuvre du DSSS. En 802.11a/g, l'OFDM remplace le DSSS (voir chapitre suivant)
  - La diversité spatiale peut également être utilisée dans tous ces standards

Chap 6 : Fading sélectif

- Caractérisation large bande
- Fonction de transfert de canal
- Fonctions de Bello



$$\boxed{\underline{m}'(t) = \left[h_1(t) + h_2(t) + \cdots + h_N(t)\right] \otimes \underline{m}(t)}$$

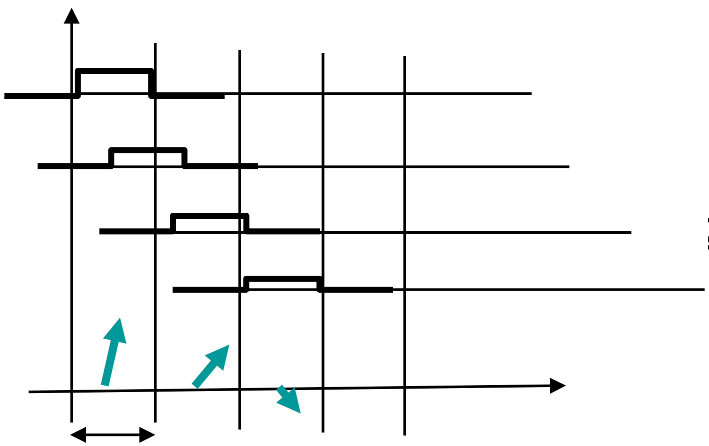
1- Définition

- Le fading sélectif :
  - Cas où les différences de chemins sont grandes (par rapport à la durée des impulsions)

$$\Delta t > T_S$$

- Propriétés de ce modèle
  - Les différences de chemins, importantes, entraînent la présence d 'échos multiples.

  ➔ INTERFERENCES INTER-SYMBOLES
  - La réponse discrète du canal est une succession d'impulsions
  - La cohérence spatiale et l 'étalement temporel sont relativement importants.



Pour le GSM (et autres comm. radiomobiles, on considère cette réponse comme stationnaire durant l'émission d'une trame).

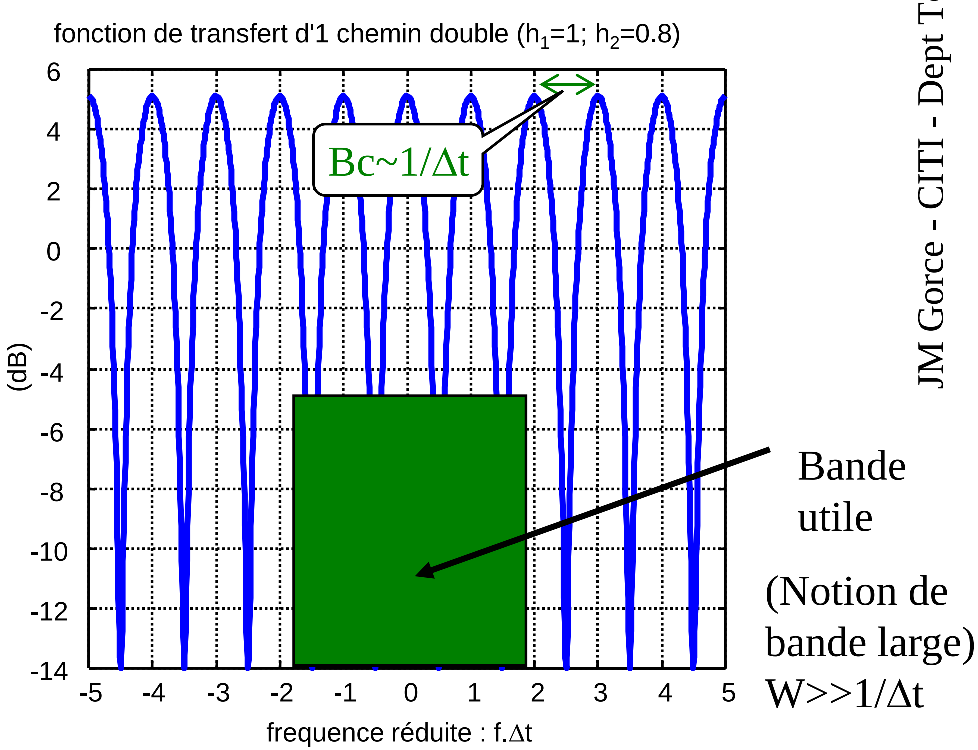
- Caractéristiques dans le domaine temporel
  - C'est un filtre linéaire mais pseudo-stationaire

$$\underline{\hat{a}}(k) \approx \sum_n h_{t=\tau}(n) e^{j\phi_{t=\tau}(n)} \cdot \underline{a}(k-n)$$

2- Interprétation dans le domaine spectral

- Caractéristiques fréquentielles
  - Le fading sélectif se comporte comme un filtre :
    - il est dit sélectif, car il n 'affecte pas toutes les fréquences de la même façon dans la bande utile
    - pour lutter contre l 'évanouissement sélectif, on pourra faire du filtrage afaptatif

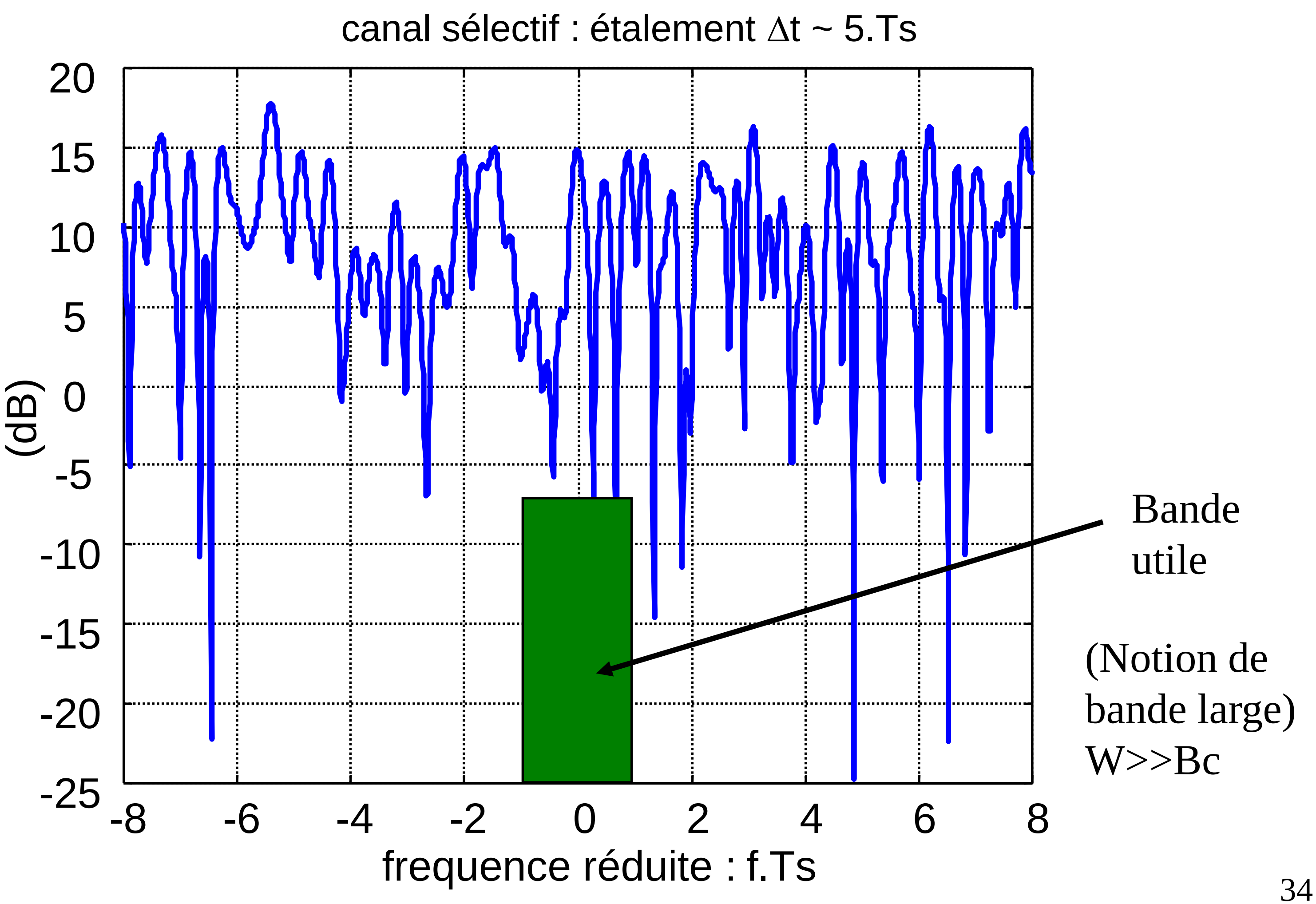
$$\boxed{H(f) = F\left(H(t)\right)}$$



JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

fonction de transfert d'1 chemin à 20 composantes aléatoires (1<Δt<5)

(comparer au slide 12)



JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

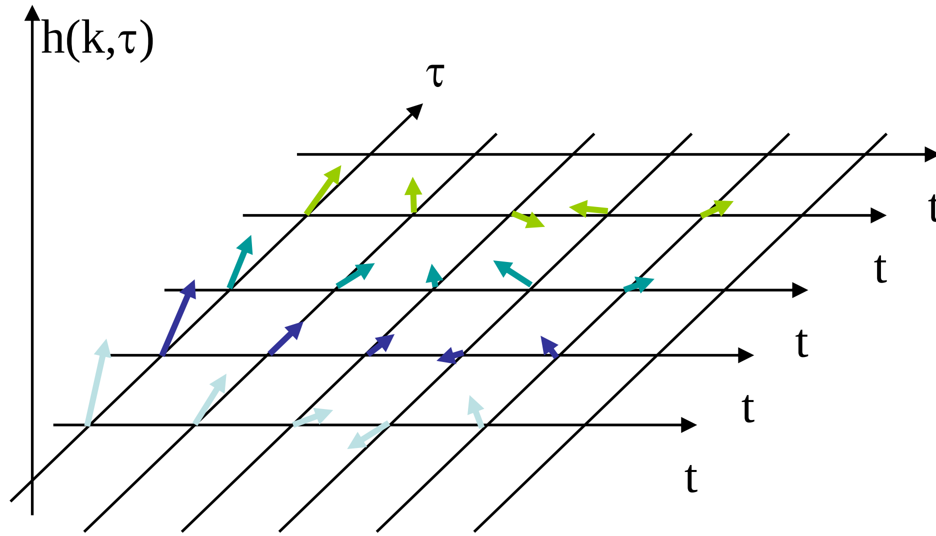
3- Caractéristiques générales du canal radio

- Le Canal radio-mobile intègre simultanément les 2 types d 'évanouissement.
  - Il est donc à la fois dispersif (fading plat) et étalé (fading sélectif).
  - Sa réponse s'écrit de la façon suivante :

$$\underline{\hat{a}}(k,\tau) \approx \sum_n \underline{h}_{\tau=k.T_S}(n) \cdot a(k-n)$$

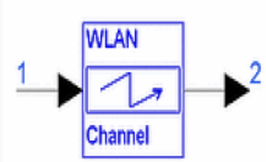
l 'utilisation de la variable τ permet de refléter la pseudo-stationnarité du canal.

Représentation pseudo-stationnaire



Les canaux de l'ETSI
« Channel Models for HIPERLAN/2 in different Indoor Scenarios », ETSI EP BRAN 3ER1085B
30 March 1998

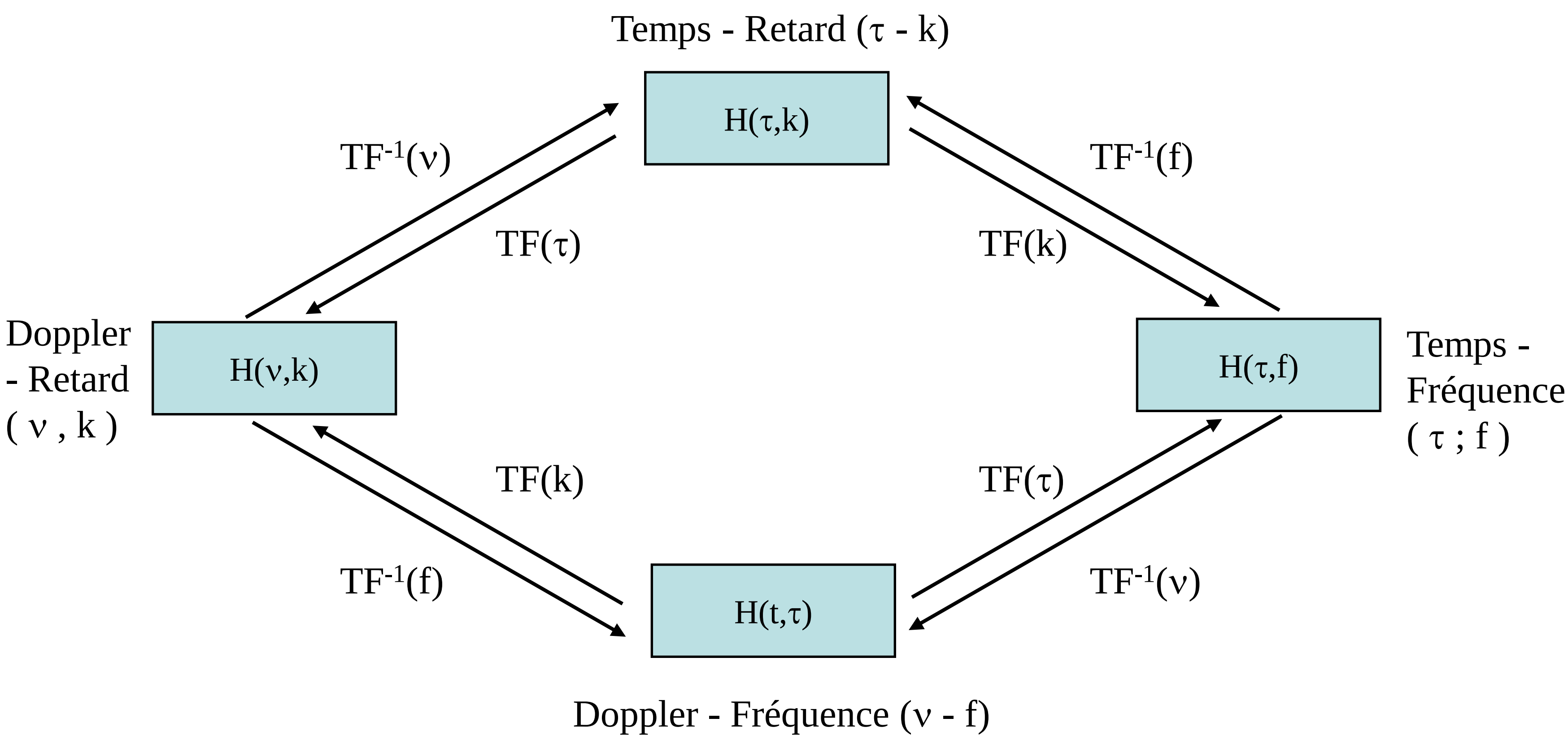
Documentation Agilent pour ADS :
Wlan_channel model



JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

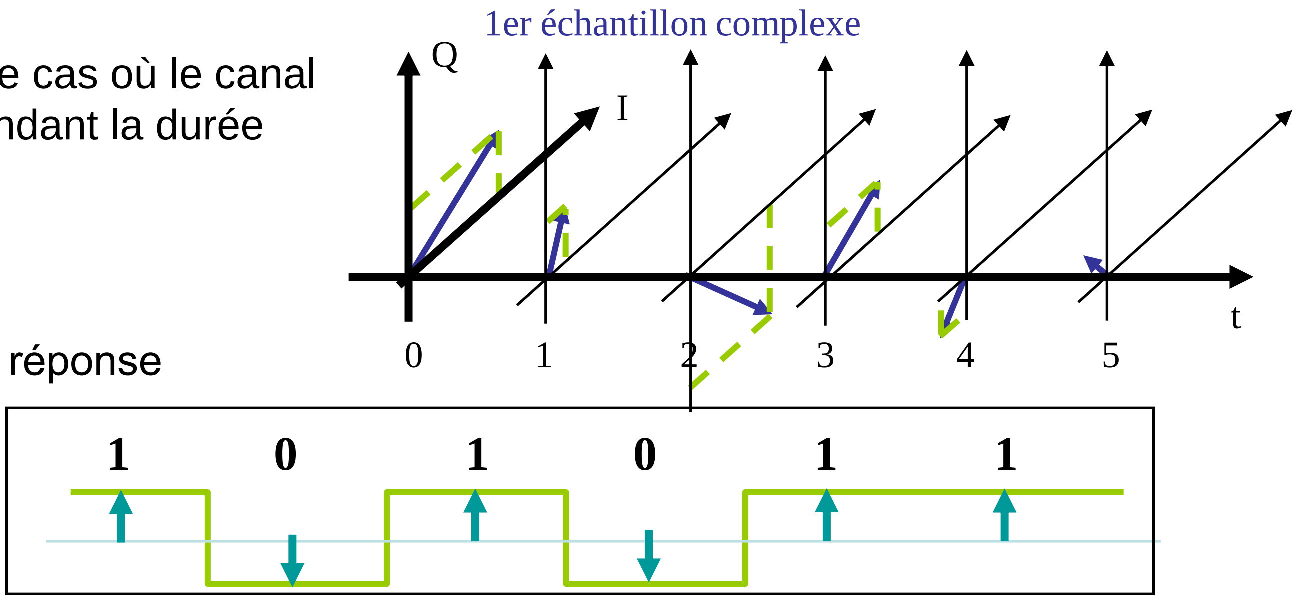
4- Fonctions de Bello

Elles permettent de représenter la réponse du canal radio pseudo-stationnaire dans 4 plans :



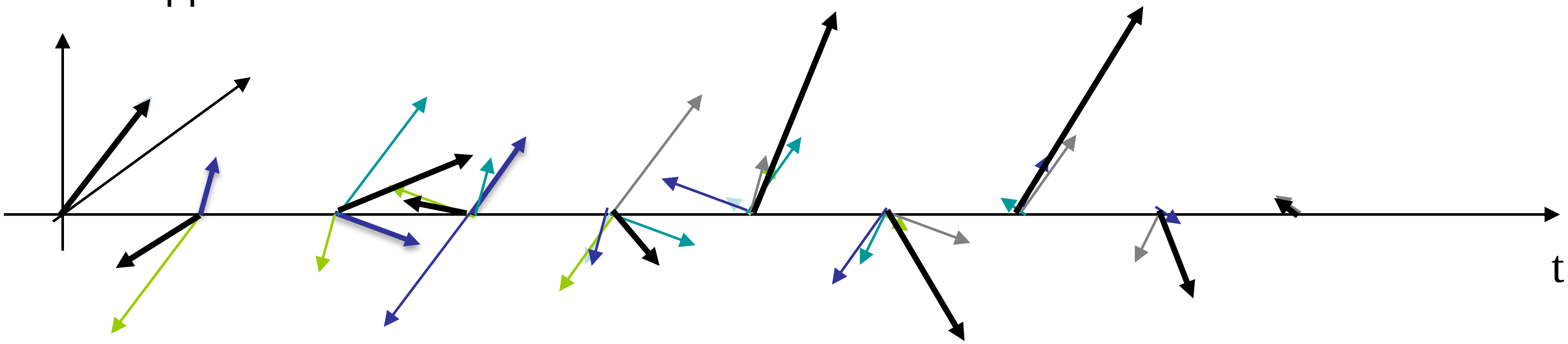
5- L'égalisation : principe

- On se place dans le cas où le canal est stationnaire pendant la durée d'une trame



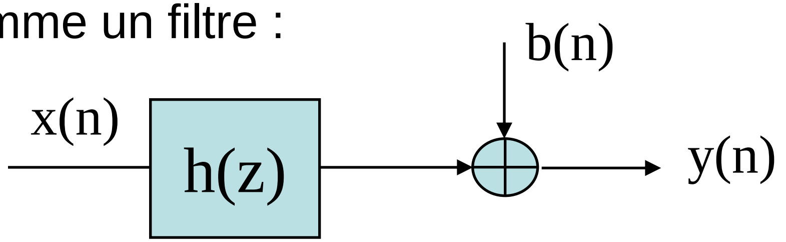
- On s'intéresse à la réponse impulsionnelle

- Petit rappel sur la convolution :



JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

- Le canal se comporte donc comme un filtre :



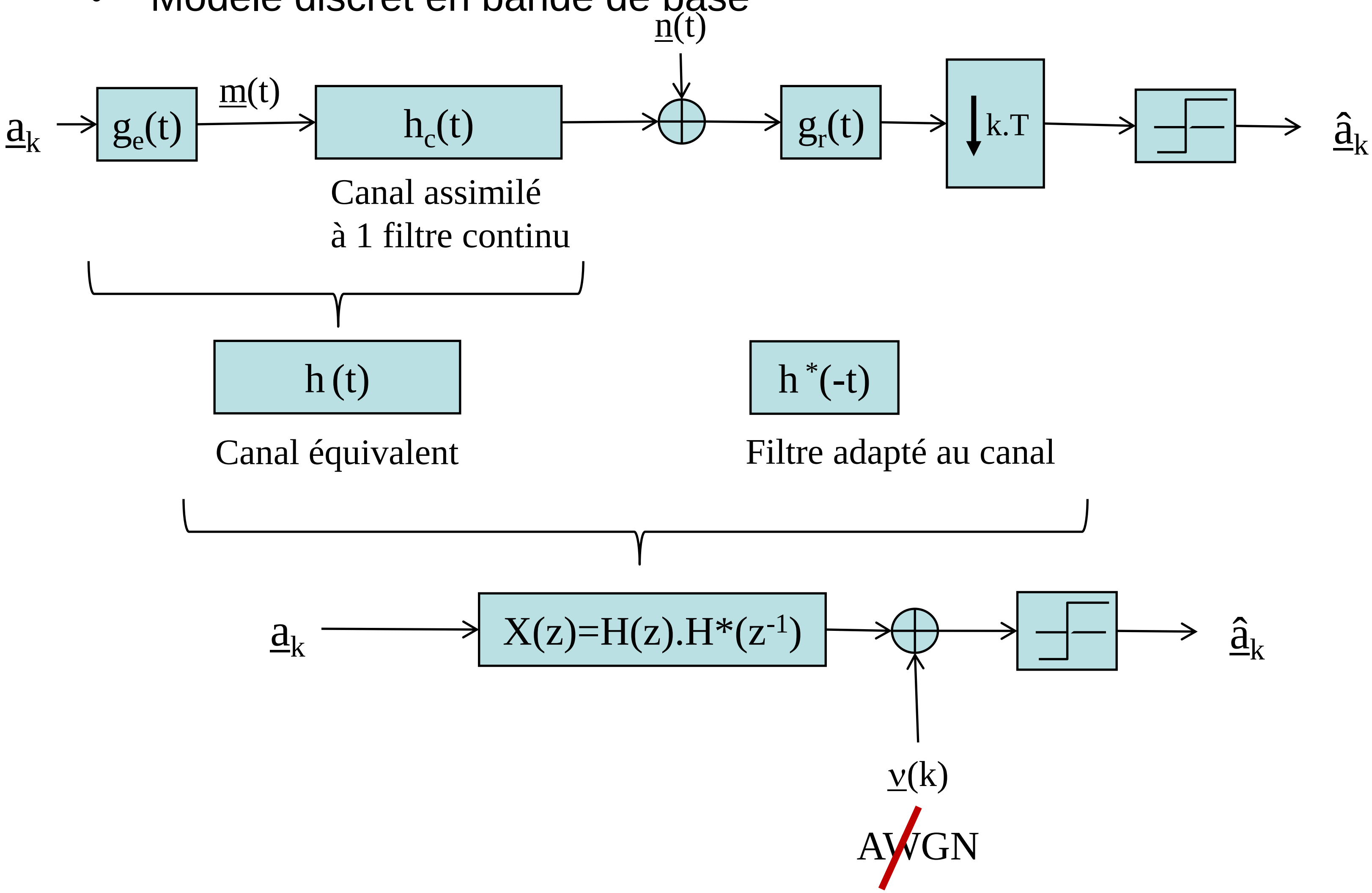
- L'égalisation est un problème inverse :

retrouver des données à partir d'une observation bruitée.

- On retrouve le problème d'estimation décrit au chapitre 2
  - On peut chercher un filtre de réception, ou rechercher la séquence la plus probable
  - Filtre de réception ➔ approche linéaire
  - Séquence la plus probable ➔ MLSE, non linéaire, complexe (Viterbi)
- Description du problème
  - Les observations : y(n)
  - Les données : x(n)
- Connaissance du canal
  - Soit on l'estime d'avance ➔ approches classiques (trame de synchronisation)
  - Soit on fait de l'estimation aveugle

5-1. Filtre adapté

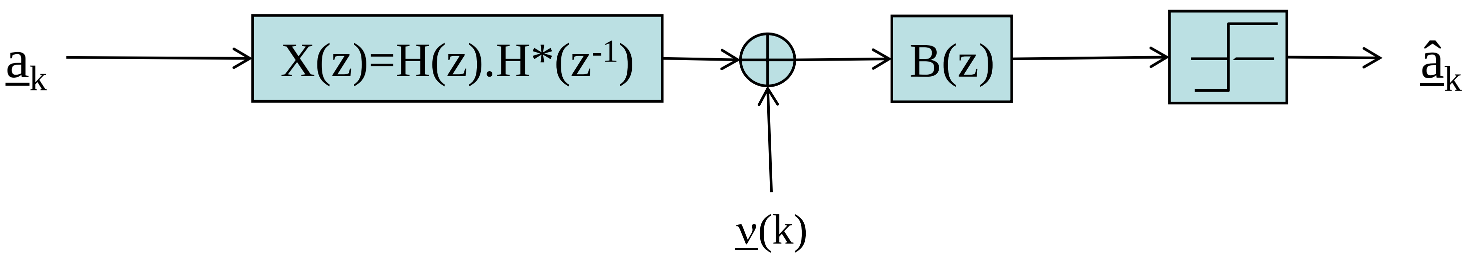
- C'est une généralisation de ce qu'on a vu pour le signal en canal AWGN
- Modèle discret en bande de base



JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

5-2. Filtre de blanchiement

- Pour appliquer les critères classiques d'estimation (MMSE, vraissemblance, MAP), il est préférable d'avoir un bruit blanc, non corrélé.



pour avoir un bruit 'blanchi', il faut supprimer la corrélation du bruit :

$$\boxed{|B(z)| = |H(z)|^{-1}}$$

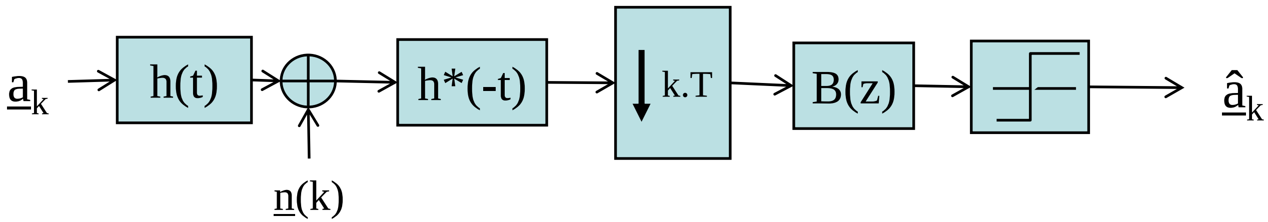
On choisi de regrouper les zéros de X(z), qui sont dans le cercle unité dans F(z) et ceux à l'extérieur dans $F^*(z^{-1})$.

Le filtre suivant, anticausal, est stable (parcourir les données en sens inverse)

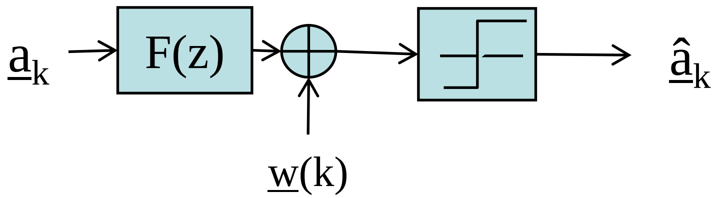
$$\boxed{B(z) = \frac{1}{F^*\left(z^{-1}\right)}}$$

5-3. Formulation de Forney

- Le modèle de référence est :



- qui devient simplement, en discret :



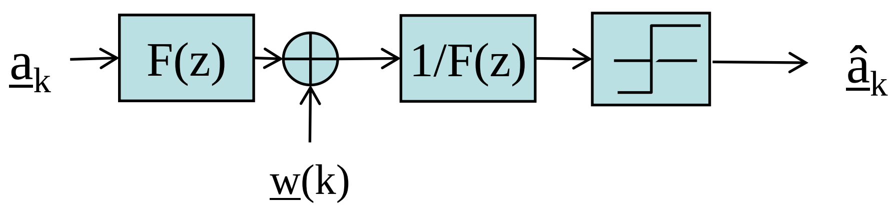
F(z) est un filtre causal, et dont tous les zéros sont dans le cercle unité !!!

Il devient alors facile à inverser.

5-4. Récepteur “zéro forcing”

- Il s’agit simplement de corriger les interférences entre symboles (c’est-à-dire l’effet du canal) en utilisant le filtre inverse du canal.

- La modélisation du problème donne:



Remarque 1 : si l’on avait appliqué le même raisonnement directement à H(z), on aurait eu des problèmes de stabilité du filtre.

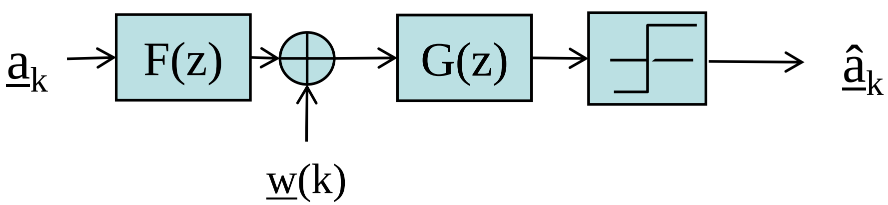
Remarque 2 : le filtre complet qui a été appliqué après échantillonnage est

$$\boxed{C(z)=\frac{1}{F(z)\cdot F^*\left(z^{-1}\right)}=\frac{1}{X(z)}}$$

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

5-4. Récepteur “zéro forcing” FIR

- Il est également possible de travailler avec un filtre à durée finie (dans ce cas, on va chercher à minimiser l’erreur)



- On ne s’occupe toujours pas du bruit, et on cherche G(z) tel que :

$$\boxed{F(z)\cdot G(z)=z^{-i}=Z(\delta(k-i))}$$

cela correspond au critère de Nyquist (pasd ‘interférences entre les symboles avec un retard i)

- On peut utiliser une écriture matricielle :

$$\begin{pmatrix} f_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_1 & f_0 & 0 & 0 & 0 \\ f_2 & f_1 & f_0 & 0 & 0 \\ f_3 & f_2 & f_1 & f_0 & 0 \\ 0 & f_3 & f_2 & f_1 & f_0 \\ 0 & 0 & f_3 & f_2 & f_1 \\ 0 & 0 & 0 & f_3 & f_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta i_0 \\ \Delta i_1 \\ \Delta i_2 \\ \Delta i_3 \\ \Delta i_4 \\ \Delta i_5 \\ \Delta i_6 \\ \Delta i_7 \end{pmatrix}$$

à tester pour chaque i possible

$$\boxed{g=\left(F^H\cdot F\right)^{-1}F^H\cdot i}$$

5-4. Récepteur “zéro forcing”

- Résolution : on applique le résultat de g dans l’équation matricielle :

$$\boxed{F \cdot g = F\left(F^H \cdot F\right)^{-1} F^H \cdot i = i + \Delta i}$$

- Ce qui permet d’écrire :

$$\boxed{W \cdot i = \Delta i}$$

$$\boxed{W = F\left(F^H \cdot F\right)^{-1} F^H - I_d}$$

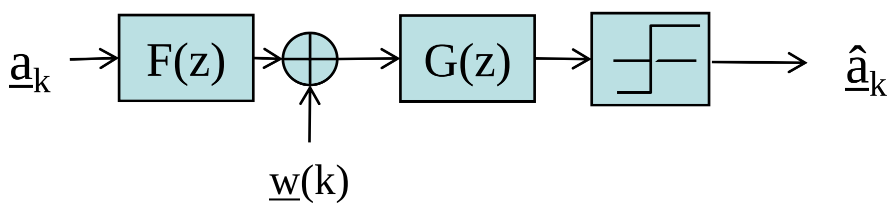
Multiplier par i revient à sélectionner la colonne i dans W

Dès lors, minimiser l’ISI, c’est-à-dire minimiser $\boxed{\sum_i |\Delta i|^2}$

Revient à choisir la colonne de W qui a la plus petite norme.

5-5. Récepteur de Wiener (MMSE)

- Objectif
  - Minimiser l'erreur de prédiction (MSE détection)
  - C'est ce qu'on a vu au premier TD. Il faut partir du modèle de Forney pour avoir un bruit blanc (important pour MSE).



  - On a alors la solution du MSE qui donne :

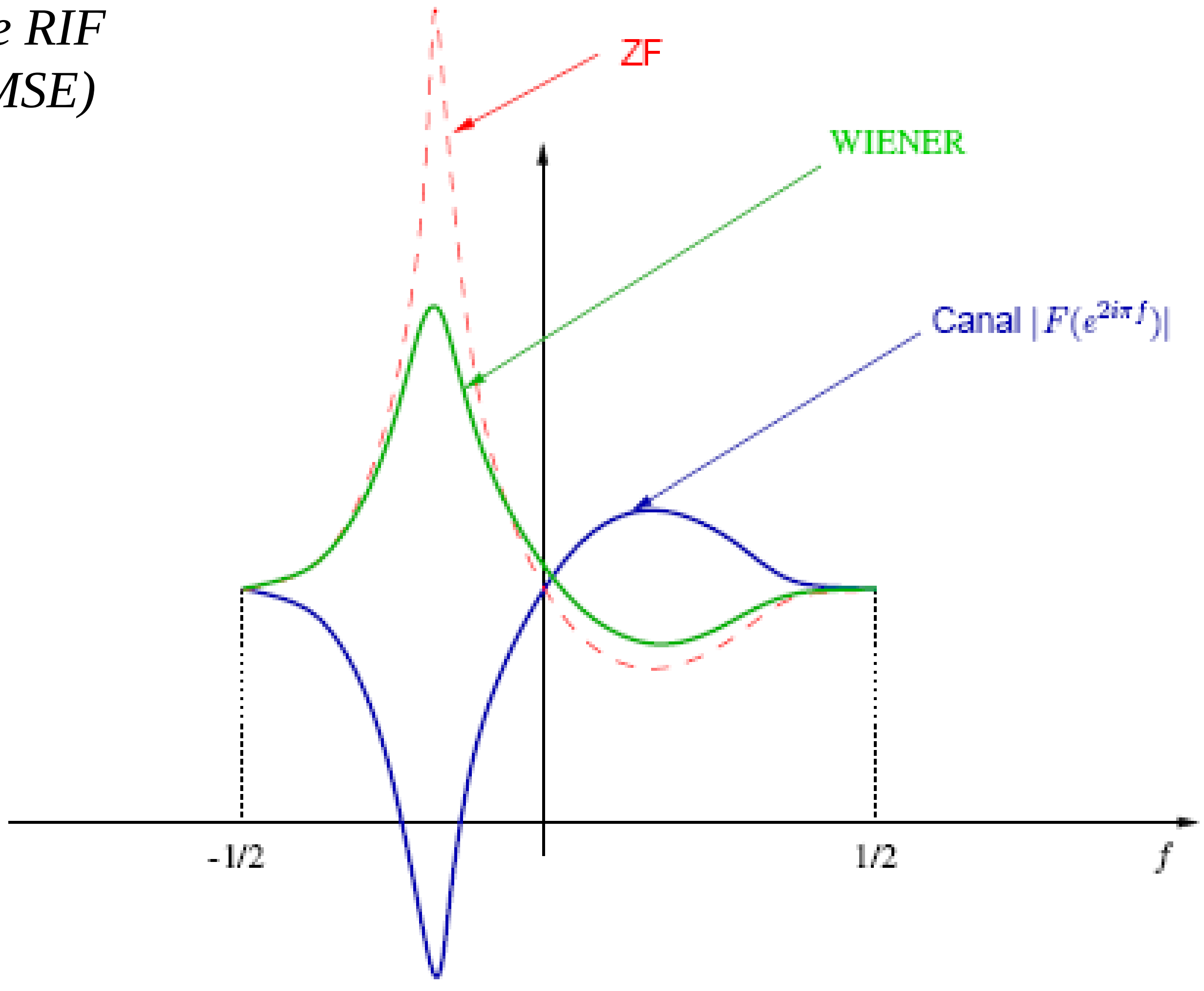
$$\boxed{G(z) = \frac{F^*(z^{-1})}{F(z)\cdot F^*(z^{-1}) + N_0}}$$

  - On peut encore une fois calculer le filtre complet après échantillonnage:

$$\boxed{C(z) = \frac{1}{X(z) + N_0}}$$

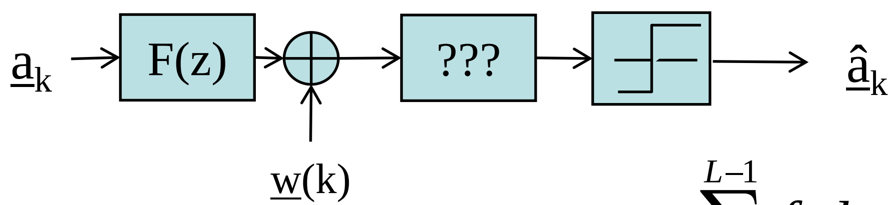
5-5. Récepteur de Wiener

(Il est possible également de déterminer un filtre RIF avec le critère de MSE)



5-6. Récepteur MLSE

- Récepteur de Forney :
  - basé sur le modèle discret



$$y_n = \sum_{k=0}^{L-1} f_k d_{n-k} + \upsilon_n$$

  - On ne fait plus un traitement linéaire, mais une recherche de séquence optimale.
  - C’est donc le critère de Maximum de vraisemblance qui est utilisé

$$\hat{\underline{d}} = \arg\max_{d \in \upsilon^{N+L}} p\left(y_0, \ldots y_{N-1} \mid \hat{\underline{d}} \right)$$

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

5-6. Récepteur MLSE

- Calcul du log-vraisemblance
  - Maximiser la vraisemblance :

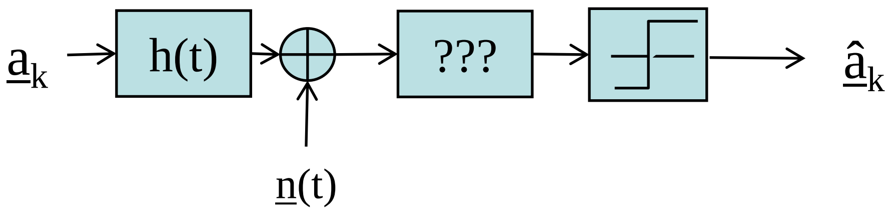
$$p\left(y_0,\ldots y_{N-1} \mid \underline{\hat{d}} \right) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi\sigma^2}\right)^N} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left| y_n - \sum_{k=0}^{L-1} f_k \, \hat{d}_{n-k} \right|^2 \right)$$

  - Maximiser la log-vraisemblance ➔ minimiser le critère suivant:

$$\underline{\hat{d}}_{MV} = \arg\min_{\underline{d}} \sum_{n=0}^{N-1} \left| y_n - \sum_{k=0}^{L-1} f_k \, \hat{d}_{n-k} \right|^2$$

5-6. Récepteur MLSE

- Récepteur d'Ungerboeck (1974):
  - basé sur le modèle continu



  - C'est toujours un critère de Maximum de vraisemblance qui est utilisé, mais l'erreur est mesurée directement sur le signal reçu.
  - Bottomley a montré en 1998 que les 2 formulations étaient équivalentes

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon

- Le critère du maximum de vraisemblance est équivalent à minimiser une distance quadratique euclidienne.

$$r(t) = \sum_k d_k \cdot h(t - kT_s) + n(t)$$

$$\hat{r}(t) = \sum_k \hat{d}_k \cdot h(t - kT_s)$$

$$\hat{d} = \underset{d \in \Omega^N}{\operatorname{argmax}} \left[J_H = -\int \left| r(t) - \hat{r}(t) \right|^2 \right]$$

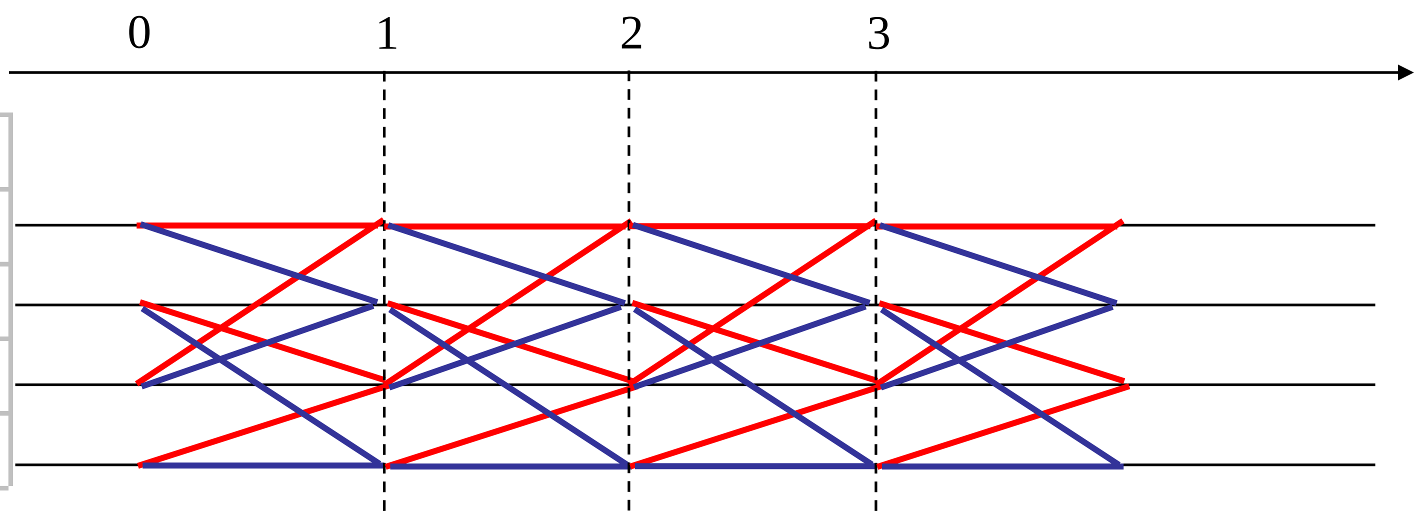
$$J_H = \left[-\int \left(r(t) - \sum_k \hat{d}_k \cdot h(t - kT_s) \right)^* \left(r(t) - \sum_k \hat{d}_k \cdot h(t - kT_s) \right) \right] dt$$

$$J_H = \sum_n M_H(n)$$

$$M_H(k) = \mathrm{Re}\left\{ \hat{d}_k^* \left[2\Psi(k) - \rho_0 \hat{d}_k - 2\sum_{l>0} d_{k-l} \rho_l \right] \right\}$$

- Construction d’un treillis à M^(L-1) état avec L la longueur du canal et M l'ordre de la modulation (ici c'est 2).
- Résolution par algorithme de Viterbi avec la métrique de branche M(k)

n-1	n-2
1	1
-1	1
1	-1
-1	-1

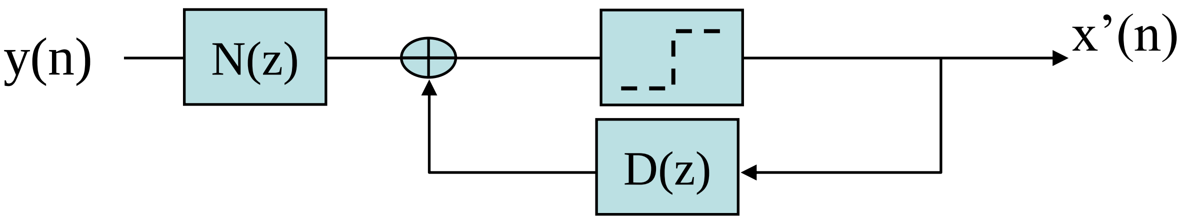


1 :

-1 :

D) égaliseur non linéaire :

- Egaliseur à retour de décision (*DFE, decision feedback equalizer*)



- *Caractéristiques*
  - *Choix de N(z) et D(z) avec D(0)=0*
  - *N(z) : filtre adapté au canal (réduit l 'influence du bruit). (proportionnel à h(-z))*
  - *D (z) : supprime les interférence = prédit les interférences es échantillons précédents*

6- Estimation du canal

- Estimation du canal
  - On parle de phase d'apprentissage

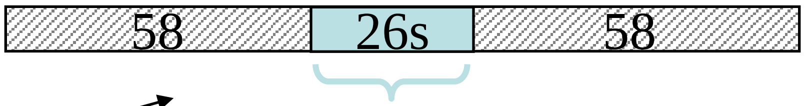
Par séquence pilote (GSM, WiFi, …)
  - Estimation de canal / égalisation

Algorithmes adaptatifs : 2 phases (learning / tracking)

Méthodes aveugles
  - On estime le canal et le signal simultanément

- Exemple GSM

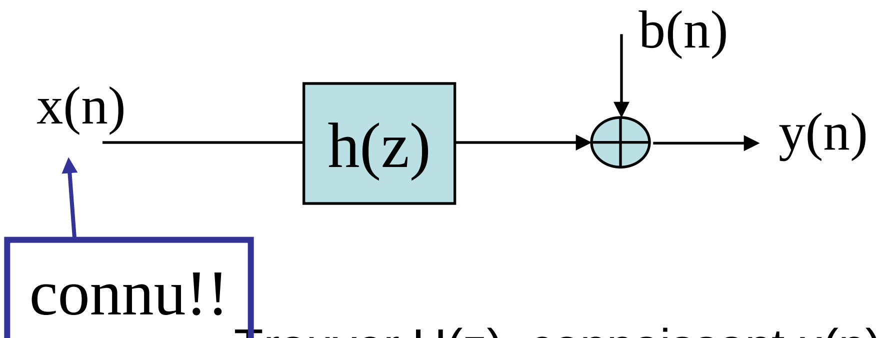
Trame 142.s



séquence d'apprentissage
(26 symboles)

Perte de ~20% du débit
Manque de robustesse aux variations du canal (vitesse limitée)

- Posons le problème
  - On choisit une séquence de référence connue



  - Trouver H(z), connaissant x(n) et observant y(n)

- Solution
  i) On corrèle la sortie à la référence :

$$\boxed{\varphi_{yx}(n)=h(n)*\varphi_{xx}(n)+\varphi_{bx}(n)}$$

  ii) Si la référence est bien choisie :

$$\varphi_{yx}(n)=h(n)*\underbrace{\varphi_{xx}(n)}_{=\sigma_x^2\cdot\delta(n)}+\underbrace{\varphi_{bx}(n)}_{=0}$$

$$\boxed{h(n)=\frac{1}{\sigma_x^2}\cdot\varphi_{yx}(n)}$$

6 – Synthèse

- Evanouissements sélectifs
  - Étalement temporel supérieur à la durée symbole
  - Génère des interférences inter-symboles
  - Il faut caractériser le canal = estimer sa réponse impulsionnelle

- Egalisation
  - Récepteur de référence avec blanchiment
  - MLSE : Formulation continue et discrète équivalentes
  - MLSE : constellation de faible taille, canal court : GSM
  - filtre RIF transverse : RSB élevé, canal peu sévère, constellation de grande taille (haut débit) : TV numérique câblée
  - DFE : canal assez sévère, bruit élevé, mais canal court (i.e. distance courtes) : DECT

JM Gorce - CITI - Dept Télécoms - INSA Lyon