

ANTENNES : formulaire

I. Caractéristiques générales

	Formule	L'antenne isotrope	Le doublet élémentaire (d.e.e)
Fonction caractéristique	$F(\theta, \psi) = \frac{r \cdot E(r, \theta, \psi) }{60I}$	1	$\frac{\pi \cdot dl \cdot \sin(\theta) }{\lambda}$
Densité de puissance rayonnée (W/m ²)	$\bar{P}(r) = \frac{E_{\text{eff}}^2}{120\pi}$	$\frac{30 \cdot I_{\text{eff}}^2}{\pi \cdot r^2}$	$\frac{30\pi \cdot dl^2 \cdot \sin(\theta) ^2}{\lambda^2 \cdot r^2} I_{\text{eff}}^2$
Intensité de rayonnement (W/strad)	$U(\theta, \psi) = \frac{30 \cdot I_{\text{eff}}^2}{\pi} F^2((\theta, \psi))$	$\frac{30 \cdot I_{\text{eff}}^2}{\pi}$	$\frac{30\pi \cdot dl^2 \cdot \sin(\theta) ^2}{\lambda^2} I_{\text{eff}}^2$
Puissance rayonnée (W)	$P_r = \int_{\Omega} U(\theta, \psi) d\Omega$	$120 \cdot I_{\text{eff}}^2$	$\frac{80\pi^2 \cdot dl^2}{\lambda^2} I_{\text{eff}}^2$
Résistance de rayonnement (Ω)	$R_r = \frac{P_r}{I_{\text{eff}}^2}$ $= \frac{30}{\pi} \int_{\Omega} F^2(\theta, \psi) d\Omega$	120Ω	$\frac{80\pi^2 \cdot dl^2}{\lambda^2}$
Gain absolu (Directivité)	$G = 120 \frac{F^2(\theta, \psi)}{R_r}$	1	$1,5 \sin^2 \theta$
Hauteur effective (m)	$h_e = \frac{\lambda}{\pi} F(\theta_0, \psi_0)$	$\frac{\pi}{\lambda}$	1

II. Fonctions caractéristiques d'antennes filaires

A. Formule générale pour 1 antenne filaire asymétrique de longueur l , isolée dans l'espace :

$$E(r, \theta, \psi) = -\frac{j60\pi I_M}{\lambda r} \sin \theta \cdot e^{j(\omega t - \beta r)} \int_0^l I(z) e^{j\beta z \cos \theta} \cdot dz$$

On obtient :

$$F(\theta, \psi) = \frac{1}{2|\sin \theta|} \cdot |e^{j\beta l \cos \theta} - j \sin(\beta l) \cos \theta - \cos(\beta l)|$$

B. Cas particuliers

1. Antenne asymétrique, demi-onde (~ accordée) : $l=n.\lambda/2$; $n=2m+1$

$$F(\theta, \psi) = \left| \frac{\cos \left[(2m+1) \frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin \theta} \right|$$

2. Antenne asymétrique, onde entière : $l=n.\lambda/2$; $n=2m$ $F(\theta, \psi) = \left| \frac{\sin \left[2m \frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin \theta} \right|$

3. Antenne base au sol $F(\theta, \psi) = \left| \frac{\cos(\beta l \cos \theta) - \cos(\beta l)}{\sin \theta} \right|$

III. Antennes symétriques (dipôles)

- A. Formule générale (idem que antenne base au sol), Longueur $L=2l$.

$$F(\theta, \psi) = \left| \frac{\cos(\beta l \cos \theta) - \cos(\beta l)}{\sin \theta} \right|$$

B. Cas particuliers

1. Antenne symétrique, demi-onde $l=n.\lambda/4$; $n=2m+1$; $L=2l$

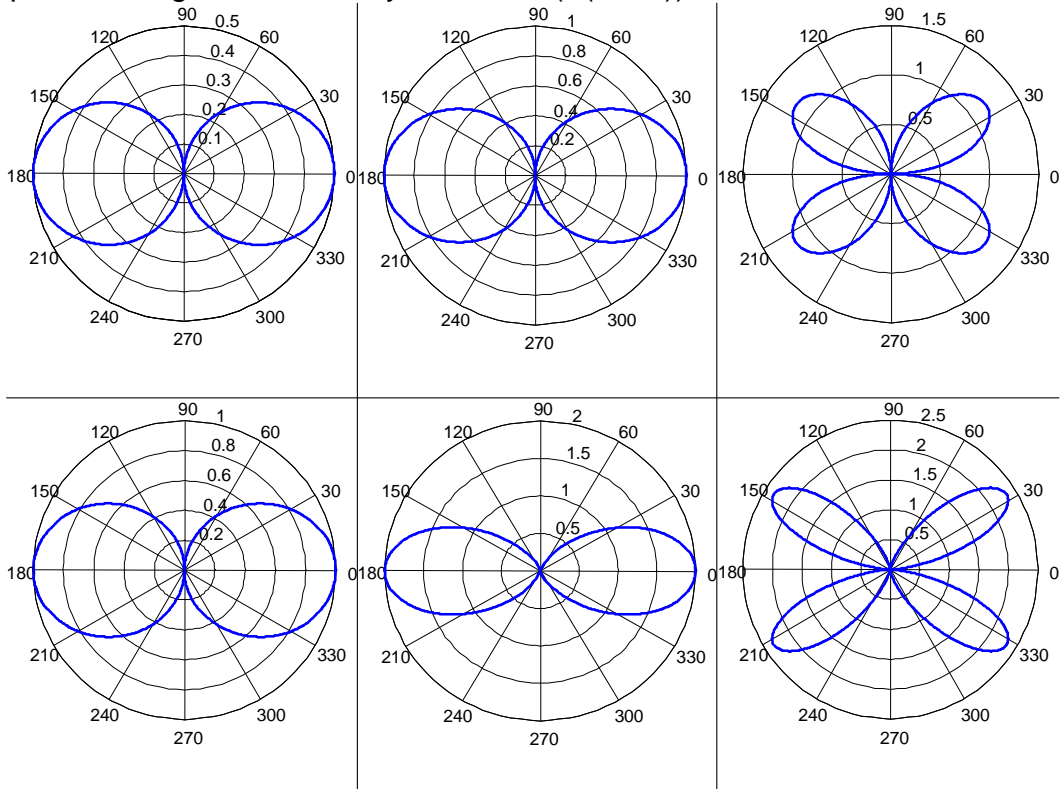
$$F(\theta, \psi) = \left| \frac{\cos \left[(2m+1) \frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin \theta} \right|$$

2. Antenne symétrique, onde entière : $l=n.\lambda/2$; $n=2m+1$; $L=2l$

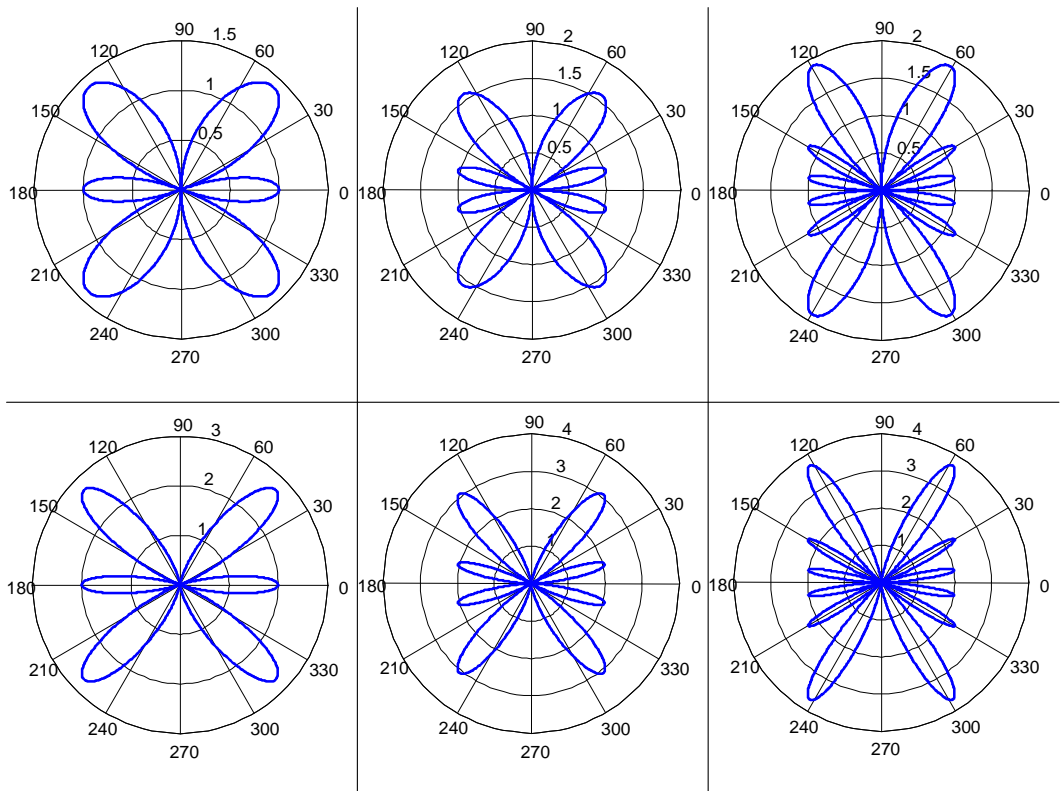
$$F(\theta, \psi) = \left| \frac{\cos[(2m+1)\pi \cos \theta] + 1}{\sin \theta} \right|$$

3. Antenne verticale, au-dessus du sol : $h=l+d$: $F(\theta, \psi) = F_i(\theta, \psi) \cdot |2 \cdot \cos(\beta h \cos \theta)|$

Exemples de Diagrammes de rayonnement ($F(\pi/2-\theta)$):



Haut : antennes asymétriques ($l = \lambda/4, \lambda/2, \lambda$) Bas : dipôle symétrique ($L = \lambda/2, \lambda, 2\lambda$)



Haut : antennes asymétriques ($l = 1,5\lambda, 2\lambda, 3\lambda$) Bas : dipôle symétrique ($L = 3\lambda, 4\lambda, 6\lambda$)

IV. Groupement d'antennes filaires

A. Alignement linéaire

1. Formule générale

Un alignement linéaire est un ensemble de N antennes identiques, régulièrement espacés.

Les courants sont d'amplitude identique, et de phase nulle ou linéairement décalée :

$$i_n = i_{n-1} \cdot e^{j\phi}$$

Soit $F(\theta, \psi)$, la fonction caractéristique des antennes isolées dans l'espace.

La fonction caractéristique de l'alignement est donnée par :

$$F_{\text{tot}}(\theta, \psi) = R_N(\theta, \psi) \cdot F(\theta, \psi) ; \quad \text{avec : } R_N(\theta, \psi) = \left| \frac{\sin\left(N \cdot \frac{\chi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\chi}{2}\right)} \right|$$

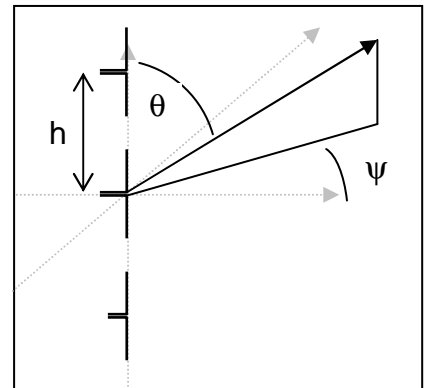
L'angle χ dépend de la géométrie de l'alignement comme suit :

2. Alignement vertical

Les antennes filaires sont alignées verticalement.

L'angle χ est alors donnée par :

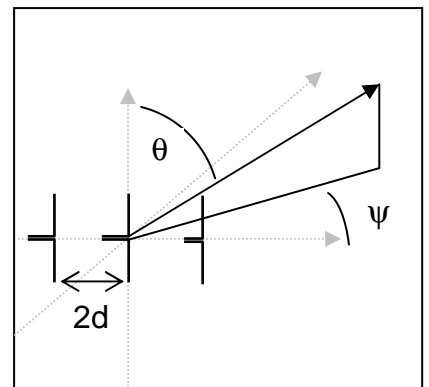
$$\chi = \beta h \cos \theta - \phi$$



3. Alignement horizontal

L'angle χ est alors donnée par :

$$\chi = 2\beta d \cos \psi \sin \theta - \phi$$



B. Impédances mutuelles

Lorsque 2 antennes sont proches, l'équilibre courant-tension à l'entrée de chaque antenne est modifié par le champ rayonné par l'autre antenne.

La tension aux bornes de l'antenne 1 est donnée par :

$$U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2$$

L'impédance Z_{11} est l'impédance propre liée à l'antenne lorsqu'elle rayonne en espace libre. L'impédance Z_{12} permet d'exprimer la f.e.m. produite sur l'antenne 1 en fonction du courant produit par l'antenne 2.

Cette impédance est appelée impédance mutuelle. Elle dépend du type d'antennes utilisées et de la géométrie (distance, orientation). Le calcul analytique de ces impédances mutuelles est assez complexe, et doit en général être tiré de tableaux issus d'approximations théoriques, ou de mesures expérimentales.

Remarque : par réciprocité, $Z_{12}=Z_{21}$

Lorsqu'on alimente un groupement d'antennes, il faut tenir compte de ces relations entre antennes pour calculer le gain de l'antenne.

Pour un groupement de 2 antennes cela se fait de la façon suivante :

Les courants sont reliés par : $I_2 = I_1 \cdot e^{j\varphi}$

Ce qui permet d'obtenir : $U_1 = Z_1 \cdot I_1$; avec $Z_1 = Z_{11} + Z_{12} \cdot e^{j\varphi}$

La puissance rayonnée s'exprime à partir de la partie résistive de cette impédance, soit :

$$R_1 = R_{11} + R_{12} \cdot \cos \varphi + X_{12} \cdot \sin \varphi$$

La puissance totale rayonnée par ce groupement de 2 antennes est égal à la somme des puissances rayonnées par chacune des antennes :

$$P_r = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2$$

La résistance de rayonnement est donc égale à : $R_r = R_1 + R_2 = 2R_{11} + 2R_{12} \cos \varphi$

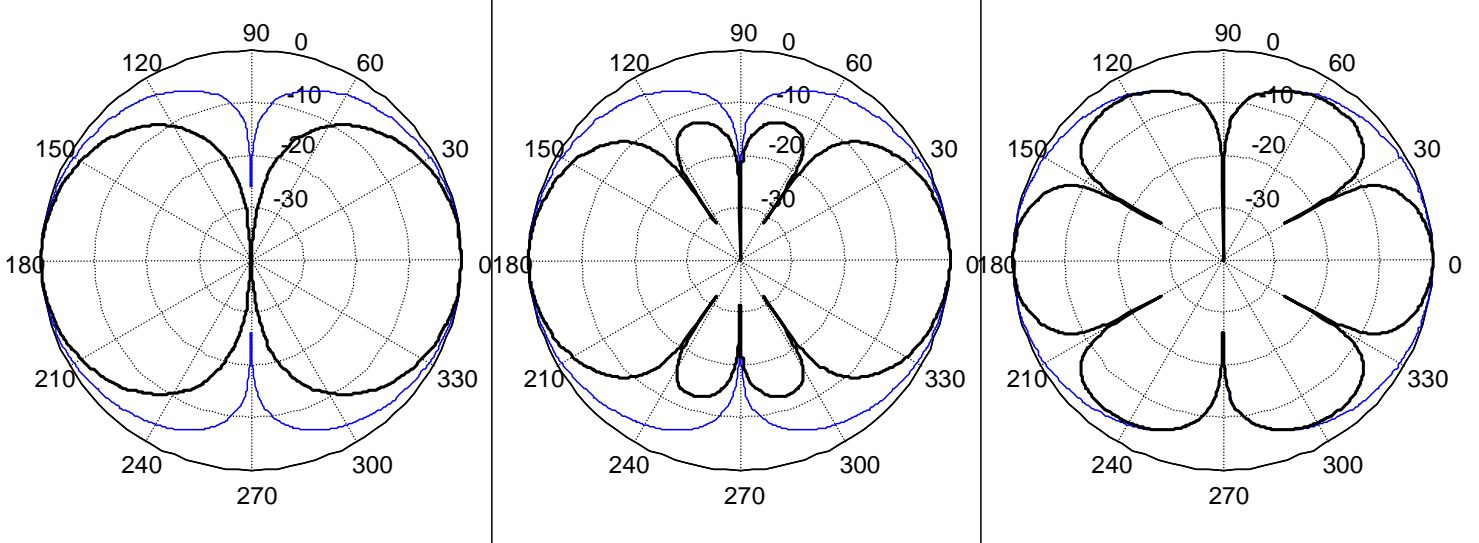
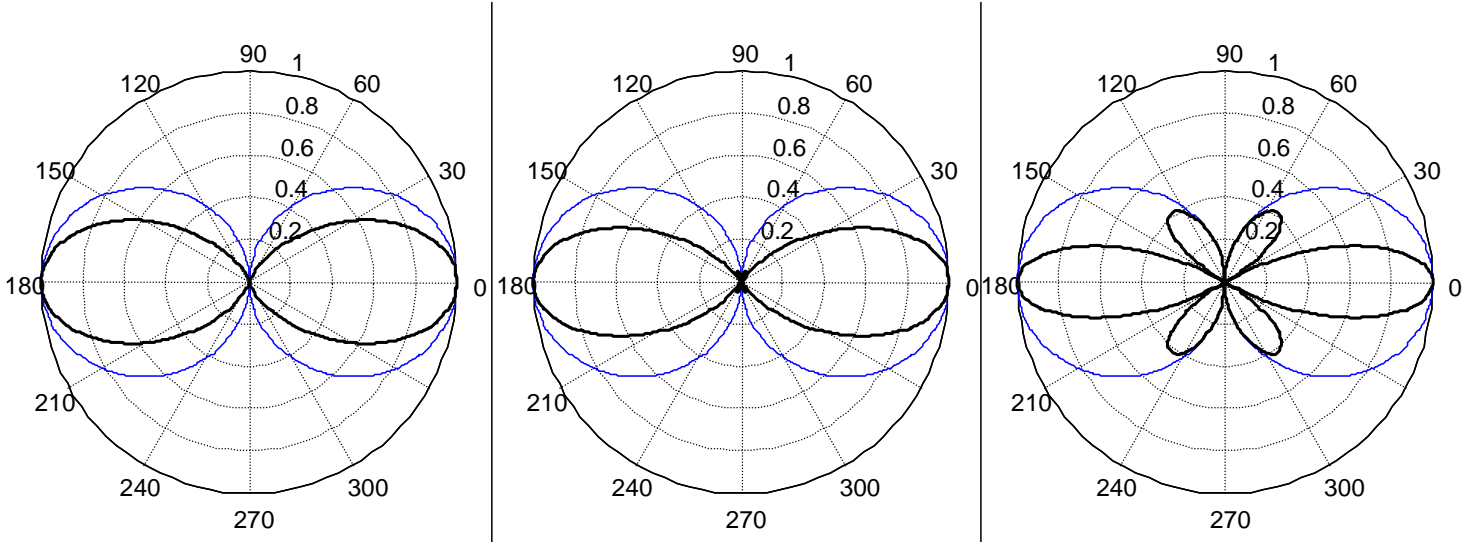
Le gain (ou facteur de regroupement) relatif à une seule antenne est tiré de l'expression générale du gain relatif entre 2 antennes :

$$G = \frac{R_{11}}{R_r} \cdot |R_{2,h}(\theta, \psi)|^2$$

Ainsi, la connaissance de la fonction caractéristique et des impédances propres et mutuelles permet de calculer le gain de cette antenne : elle est alors entièrement caractérisée.

C. Exemples de diagrammes de rayonnement

Alignement vertical de 2 antennes demi-onde symétriques : diagramme de rayonnement normalisé (max=2), dans le plan vertical. Distance inter-antennes $h=[0,5 ; 0,6 ; 1].\lambda$. Représentation linéaire (haut) et logarithmique (bas). La fonction caractéristique d'un doublet $\frac{1}{2}$ onde unique est donnée en trait simple.



Même alignement, avec $h=0,6$. Le déphasage est respectivement de $\pi/4, \pi/3, \pi/2$.

